МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)

А.И. АВРААМОВ

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МАДИ)

Кафедра «Экономика дорожного хозяйства»

Утверждаю
Зав. кафедрой доцент
_____________ Д.В. Зайцев
«____» __________ 2018 г.

А.И. АВРААМОВ

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

МОСКВА
МАДИ
2018

УДК 625.7/8:338.45:311
ББК 65.315.373:60.6
А21

Авраамов, А.И.
А21 Статистика: методические указания для выполнения курсовой работы / А.И. Авраамов. – М.: МАДИ, 2018. – 48 с.

Методические указания предназначены для выполнения курсовых работ по дисциплине «Статистика» обучающимися по направлению подготовки бакалавров 080100 «Экономика» и по специальности 080502 «Экономика и управление на предприятии (в строительстве)».

УДК 625.7/8:338.45:311
ББК 65.315.373:60.6

Учебное издание

АВРААМОВ Алексей Игоревич

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Редактор И.А. Короткова

Редакционно-издательский отдел МАДИ. E-mail: rio@madi.ru

Подписано в печать 03.04.2018 г. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 3,0. Тираж 100 экз. Заказ . Цена 105 руб.
МАДИ, Москва, 125319, Ленинградский пр-т, 64.

ВВЕДЕНИЕ

Своевременное получение и анализ полной, достоверной, научно – обоснованной, официальной информации о социальных, экономических, демографических, экологических и других общественных явлениях, является основой для эффективного социально – экономического развития страны, государственного управления, руководства любым хозяйствующим субъектом.

Первостепенная роль в механизме управления экономикой принадлежит статистике, которая осуществляет сбор, научную обработку, обобщение и анализ всей необходимой для управления информацией. В результате появляется возможность выявления взаимосвязей в экономике, изучение динамики её развития, сопоставление информации на всех уровнях хозяйствования.

Статистика – это общественная наука, которая изучает количественную сторону массовых социально – экономических явлений и процессов, их структуру, распределение в пространстве и времени и выявляет действующие количественные закономерности в конкретных условиях места и времени.

Целью курсовой работы является расчет обобщающих показателей, характеризующих закономерности исследуемых экономических явлений с целью получение практических навыков в применении положений теории для конкретных исследований.

Курсовая работа посвящена проработке следующих тем теории статистики:

– ряды распределения;
– средние величины;
– показатели вариации;
– аналитическая группировка;
– правила сложения дисперсий;
– однофакторный корреляционно-регрессионный анализ;
– ряды динамики;
– выборочное наблюдение.

Курсовая работа выполняется на одной стороне стандартных листов А4 печатным текстом и брошюруется в папку.

Первым является титульный лист, на втором листе помещается содержание работы с указанием страниц. Каждый раздел работы начинается с таблицы исходных данных раздела, далее приводится задание для его выполнения. В конце раздела делаются выводы, полученные на основе произведенных расчетов.

Завершается курсовая работа списком использованной литературы.

Раздел 1. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Задание к разделу

Для выполнения этого раздела курсовой работы используются исходные данные за сентябрь, приведенные в табл. 1.1.

Таблица 1.1

№ предприятия	№ предприятия в таблице исходных данных курсовой работы; табл. П-1	Объем произведенной продукции, тыс. руб.; табл. П-1
1		
2		
3		
. . . .		
30		

По данным об объеме произведенной продукции в сентябре месяце:

1.1. Построить ранжированный ряд в порядке возрастания значений признака.

1.2. Преобразовать ранжированный ряд в дискретный вариационный ряд.

1.3. Преобразовать дискретный вариационный ряд в интервальный.

1.4. Изобразить вариационный интервальный ряд графически.

1.5. По данным рядов рассчитать структурные средние.

1.6. Сделать выводы по полученным результатам.

В результате первого этапа статистического исследования (статистического наблюдения) получают статистическую информацию, представляющую собой большое количество первичных, разрозненных сведений об отдельных единицах объекта исследования. Дальнейшая задача статистики заключается в том, чтобы привести эти материалы в определённый порядок, систематизировать и на этой основе дать сводную характеристику всей совокупности фактов при помощи обобщающих статистических показателей, отражающих сущность социально – экономических явлений и определенные статистические закономерности. Это достигается в результате сводки – второй стадии статистического исследования.

Сводка – это научно организованная обработка материалов наблюдения, включающая в себя систематизацию, группировку данных, составление таблиц, подсчет групповых и общих итогов, расчет производных показателей (средних, относительных величин). Она позволяет перейти к обобщающим показателям совокупности в целом и отдельных её частей, осуществлять анализ и прогнозирование изучаемых процессов.

В сводке статистического материала отдельные единицы статистической совокупности объединяются в группы при помощи метода группировок.

Группировка – это процесс образования однородных групп на основе расчленения статистической совокупности на части или объединения изучаемых единиц в частные совокупности по существенным для них признакам.

Признаки – это единицы статистической совокупности, характеризующиеся общими свойствами. Частные значения признаков, как правило, изменяются, т.е. варьируются.

Вариация – различия в значениях того или иного признака у отдельных единиц, входящих в данную совокупность. Она возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по–разному сочетаются в каждом отдельном случае.

Группировка единиц по тому или иному признаку приводит к образованию рядов распределения.

Ряд распределения представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному варьирующему признаку. Он характеризует состав (структуру) изучаемого явления, позволяет судить об однородности совокупности, закономерности распределения и границах варьирования единиц совокупности.

Совокупность, полученная при непосредственном наблюдении и представленная в том порядке, как она получена, называется первоначальной таблицей или первоначальным рядом (таблица данных раздела).

Отдельные числовые значения признака называют вариантами и обозначают $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Абсолютное число, показывающее повторяемость того или иного варианта, называют частотой и обозначают $m_1, m_2, \ldots, m_k$.

При наличии достаточно большого количества вариантов значений признака первоначальный ряд является трудно обозримым и непосредственное рассмотрение его не дает представления о распределении единиц по значению признака в совокупности. Поэтому первым шагом, в упорядочении первоначального ряда является его ранжирование, т.е. расположение всех вариантов в возрастающем (или убывающем) порядке.

Первоначальный ряд, перестроенный в порядке возрастания или убывания значений признака, называют упорядоченным или **ранжированным** рядом.

Вариация может быть **дискретной** и **непрерывной**. Дискретной называется вариация, когда отдельные значения признака отличаются друг от друга на некоторую конечную величину. Непрерывной называется такая вариация, когда варианты могут отличаться друг от друга на сколь угодно малую величину.

Вариационные ряды в зависимости от характера вариации подразделяются на **дискретные** и **интервальные**.

Дискретным является ряд, в котором наряду с конкретным значением признака указывается также число его повторений в данной совокупности.

Дискретные ряды строятся в табл. 1.2.

Таблица 1.2

X_i						……………		
m_i						……………		

В графе X_i проставляются конкретные значения каждого признака (варианта), в графе m_i – число повторений этого значения.

Интервальный ряд – это ряд, в котором значения признака представлены в виде интервалов, по каждому из которых показывается число значений признаков, попавших в данный интервал.

При построении интервального вариационного ряда необходимо определить количество групп и интервалы группировки.

При построении интервальных рядов вопрос о числе групп и величине интервала следует решать с учетом множества обстоятельств, прежде всего исходя из целей исследования, значения изучаемого признака и т.д.

Интервал – количественное значение, отделяющее одну единицу (группу) от другой, т.е. интервал очерчивает количественные границы групп.

Интервалы могут быть равные и неравные при исследовании экономических явлений могут применяться **неравные** (прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие) интервалы.

Группировки с **равными** интервалами целесообразны в тех случаях, когда вариация проявляется в сравнительно узких границах и распределение является практически равномерным.

Для группировок с равными интервалами величина интервала:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (1.1)$$

где $x_{\max}$, $x_{\min}$ – наибольшее и наименьшие значения признака; n – число групп.

Ориентировочно определить оптимальное количество групп с равными интервалами можно по формуле американского ученого Стерджесса:

$$n = 1 + 3{,}322 \cdot \lg N, \quad (1.2)$$

где N – численность единиц совокупности.

Величину интервала обычно округляют до целого числа, исключение составляют случаи, когда изучаются малейшие колебания признака.

Интервальный ряд представлен в табл. 1.3, где Σm_i – накопленные частоты, определяемые путем последовательного прибавления к частотам первого интервала m_i частот последующих интервалов.

Для облегчения обобщения и анализа, а также визуализации полученной информации, статистические данные изображаются графически. Графики используются для характеристики развития явления во времени, пространстве, отображения структуры явления и структурных сдвигов.

Таблица 1.3

Интервалы по X_i	m_i	Σm_i
. . .	. . .	. . .

Для графического изображения вариационных рядов распределения используются полигон, гистограмма и кумулята.

Полигон распределения строится в прямоугольной системе координат, где по оси абсцисс откладывается величина признака, а по оси ординат – частоты (рис. 1.2). Чаще всего полигон применяется при изображении дискретных рядов.

Гистограмма распределения также строится в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс берутся не точки, а интервалы, а вместо ординат строят прямоугольники. Если интервалы не равны, то гистограмму нужно строить по плотности распределения. Гистограмма применяется при непрерывной вариации, а также в случае дискретной вариации при достаточно большом числе разновидностей варьирующего признака. Гистограмма может быть преобразована, в полигон, если соединить отрезками ломаной линии середины прямоугольников (рис. 1.1).

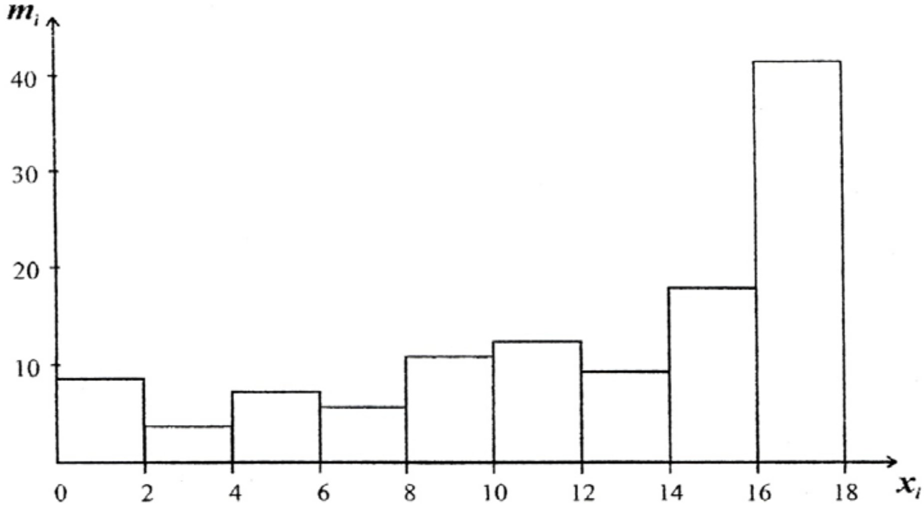

Рис. 1.1. Гистограмма распределения

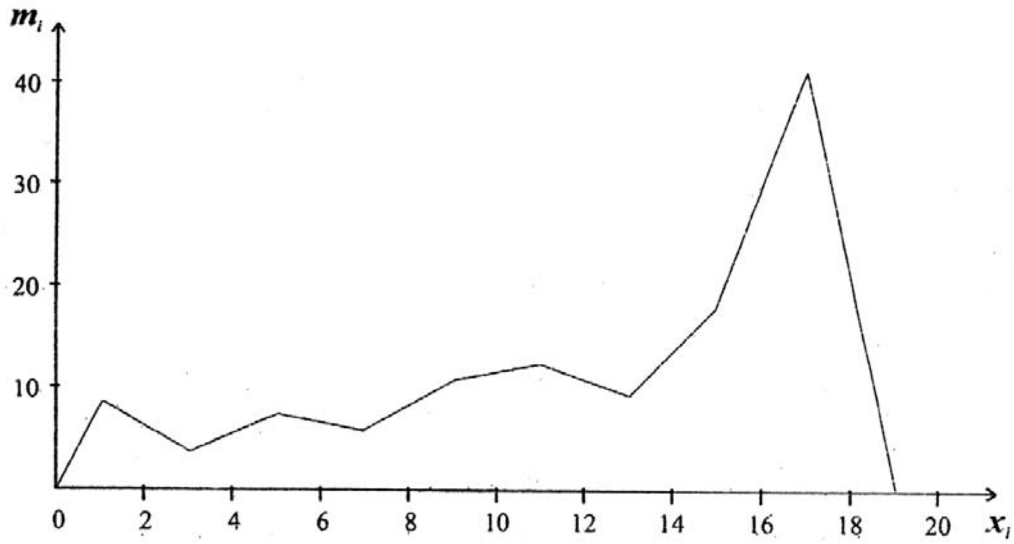

Рис. 1.2. Полигон распределения

Кумулята (накопительная кривая) строится в прямоугольной системе координат, где по оси абсцисс откладываются значения признака, а по оси ординат – накопленные частоты (рис. 1.3).

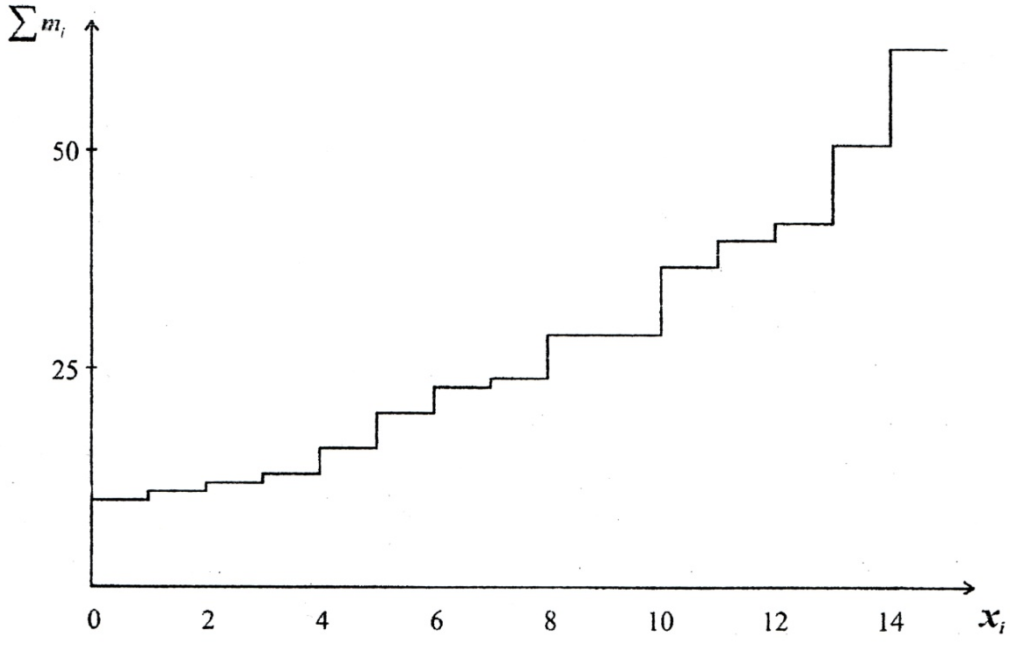

Рис. 1.3. Кумулята рапределения

В качестве характеристик вариационного ряда применяют **структурные средние** – моду и медиану.

В случае дискретного ряда **медиана** (M_e) – это значение варьирующего признака, которое приходится на середину упорядоченного вариационного ряда.

При нечетном числе вариантов $n = 2m + 1$ медианой является $(m + 1)$-й вариант.

При четном числе вариантов $n = 2m$ медиана будет равна средней арифметической из двух серединных вариантов:

$$M_e = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}. \tag{1.3}$$

В случае интервального вариационного ряда порядок определения медианты следующий:

1. По сумме накопленных частот определяют **медианный интервал**, т.е. интервал, содержащий медиану. Медианным является интервал, для которого Σm_i превышает половину от общего числа наблюдений.

2. По эмпирической формуле определяют значение медианы:

$$M_e = x_{M_{e\min}} + K \frac{\frac{\sum m_i}{2} - v_{M_{e-1}}}{m_{M_e}}, \tag{1.4}$$

где $x_{M_{e\min}}$ – нижняя граница медианного интервала; K – величина интервала; $\frac{\sum m_i}{2}$ – половина накопленных частот; $v_{M_{e-1}}$ – накопленная частота интервала, предшествующего медианному; m_{M_e} – частота медианного интервала.

Свойство медианы: сумма абсолютных величин отклонений вариантов от медианы меньше, чем от любой другой величины, включая и среднюю арифметическую.

Мода (M_o) – это вариант, наиболее часто встречающийся в данном вариационном ряду.

Для дискретного распределения – это вариант с наибольшей частотой. В случае интервального распределения сначала определяют **модальный интервал** (по наибольшей частоте, если одинаковые интервалы, и по наибольшей плотности, – если они разные).

Затем по эмпирической формуле определяют моду:

$$M_o = x_{M_{o\min}} + K \cdot \frac{m_{M_o} - m_{M_{o-1}}}{(m_{M_o} - m_{M_{o-1}}) + (m_{M_o} - m_{M_{o+1}})}, \tag{1.5}$$

или

$$M_o = x_{M_{o\min}} + K \cdot \frac{1}{\dfrac{(m_{M_o} - m_{M_{o+1}})}{(m_{M_o} - m_{M_{o-1}})}}. \qquad (1.6)$$

Преимущество моды и медианы состоит в том, что значения моды всегда, а значения медианы в большинстве случаев совпадают с конкретным значением варьирующего признака в дискретном ряду распределения. Кроме того, при расчете моды и медианы не учитываются экстремальные значения признака в совокупности, которые могут дать более правильное представление о средней, чем эта характеристика.

Сравнение моды, медианы и средней позволяет судить о характере распределения признака в совокупности.

Раздел 2. РАСЧЕТ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАЦИИ

Задание к разделу

Исходными данными этого раздела являются построенные ранее дискретный и интервальный вариационные ряды (см. табл. 1.2 и табл. 1.3).

По данным вариационных рядов:

2.1. Рассчитать средние арифметические значения признаков.

2.2. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации признаков.

2.3. Сделать выводы по полученным результатам.

По данным рядов распределения рассчитываем производные показатели, и в частности, средние значения признаков.

Средняя величина – это обобщающая характеристика индивидуальных значений количественного признака. Средняя величина, являясь функцией множества индивидуальных значений признака, представляет одним значением всю совокупность и отражает то общее, типичное, что присуще всем ее единицам. Одним из видов средней является средняя арифметическая.

Средняя арифметическая применяется в форме простой средней и взвешенной средней. Исходной, определяющей формой служит простая средняя.

Средняя арифметическая простая равна сумме отдельных значений определяемого признака, деленной на общее число этих значений (она применяется в тех случаях, когда имеются не сгруппированные индивидуальные значения признака)

$$\bar{x}_{ap} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}, \qquad (2.1)$$

где x_1, x_2, …, x_n – индивидуальные значения варьирующего признака (варианты); n – число единиц совокупности.

Для сгруппированных значений признака, которые повторяются различное число раз, применяется **средняя взвешенная**, которая вычисляется по формуле

$$\bar{x}_{ap} = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2 + \ldots + m_n f_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{\sum m_i}, \qquad (2.2)$$

где f_1, f_2, …, f_n – веса (частоты повторения одинаковых признаков); Σxf – сумма произведений величины признаков на их частоты; Σf – общая численность единиц совокупности.

По этой формуле рассчитывается средняя арифметическая для дискретного ряда. Для интервального ряда применяется взвешенная форма средней, рассчитывается по формуле

$$\bar{x}_{ap} = \frac{\sum x_{\text{ц}i} \cdot m_i}{\sum m_i}, \qquad (2.3)$$

где $x_{\text{ц}i}$ – центр i-го интервала; m_i – частоты в i-м интервале.

Для расчета средней арифметической используются табл. 2.1 (для дискретного ряда) и табл. 2.2 (для интервального ряда).

Таблица 2.1

Значение признака x_i	Частоты m_i	Произведения $x_i \cdot m_i$
1		
2		
. . . . .		
n		
	Σm_i	$\Sigma x_i \cdot m_i$

Средняя величина дает обобщающую характеристику признака изучаемой совокупности, но она не раскрывает строения совокупности, которое весьма существенно для ее познания. Средняя не показывает, как располагаются около нее варианты осредняемого признака, сосредоточены ли они вблизи средней или значительно отклоняются от нее, поэтому возникает необходимость измерять вариацию признака в совокупностях.

Таблица 2.2

Интервалы по x_i	Центр интервала $x_{цi}$	Частоты m_i	Произведения $f_{цi} \cdot m_i$
1			
2			
. . . . .			
n			
		Σm_i	$\Sigma x_{цi} \cdot m_i$

Показатели вариации позволяют измерить колеблемость значений признака у отдельных единиц совокупности относительно средней, как постоянной величины для данной совокупности.

Для анализа степени вариации рассчитывают следующие абсолютные показатели: размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение. Для сравнения вариаций признака в разных совокупностях или вариаций разных признаков в одной совокупности служат относительные показатели – коэффициенты вариации.

Самым элементарным показателем вариации признака является **размах вариации** R, представляющий собой разность между максимальным и минимальным значениями признака

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \qquad (2.4)$$

Однако размах вариации показывает лишь крайние отклонения признака и не отражает отклонений всех вариантов в ряду. При изучении вариации нельзя ограничиваться только определением ее размаха. Для анализа вариации необходим показатель, который отражает все колебания варьирующего признака и дает обобщенную характеристику. Простейший показатель такого типа – среднее линейное отклонение.

Среднее линейное отклонение ρ представляет собой среднюю арифметическую абсолютных значений отклонений отдельных вариантов от их средней арифметической (при этом всегда предполагают, что среднюю вычитают из варианта: $(x - \overline{x})$).

Среднее линейное отклонение:

– для дискретного ряда

$$\rho = \frac{\sum | x_i - \overline{x} | \cdot m_i}{\sum m_i}; \qquad (2.5)$$

– для интервального ряда

$$\rho = \frac{\sum | x_{цi} - \overline{x} | \cdot m_i}{\sum m_i}. \qquad (2.6)$$

Дисперсия признака σ^2 представляет собой средний квадрат отклонений вариантов от их средней величины:

– для дискретного ряда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}; \qquad (2.7)$$

– для интервального ряда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_{цi} - \overline{x})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}. \qquad (2.8)$$

Среднее квадратическое отклонение σ равное корню квадратному из дисперсии:

– для дискретного ряда

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}}; \qquad (2.9)$$

– для интервального ряда

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_{цi} - \overline{x})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}}. \qquad (2.10)$$

Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности; оно показывает, насколько в среднем отклоняются конкретные варианты от их среднего значения; является абсолютной мерой колеблемости признака и выражается в тех же единицах, что и варианты, поэтому экономически хорошо интерпретируются.

Для расчета показателей вариации строится следующая вспомогательная таблица (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Интервалы по x_i	x_{yi}	m_i	$\lvert x_{цi} - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_{цi} - \bar{x} \rvert \cdot m_i$	$(x_{цi} - \bar{x})^2$	$(x_{цi} - \bar{x})^2 \cdot m_i$
. . . .						
Итого:	–	$\sum_{i=1}^{n} m_i$	–	$\sum_{i=1}^{n} \lvert x_{цi} - \bar{x} \rvert \cdot m_i$	–	$\sum_{i=1}^{n} (x_{цi} - \bar{x})^2 \cdot m_i$

В ряде случаев дисперсию проще рассчитать по формуле:

$$\sigma^2 = \bar{x}_i^2 - \bar{x}^2, \qquad (2.11)$$

где $\bar{x}_i^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n}$ – средняя из квадратов значений признака; $\bar{x}^2$ – квадрат средней арифметической.

Для сравнения вариаций признака в разных совокупностях или вариаций разных признаков в одной совокупности служат относительные показатели – **коэффициенты вариации**.

Коэффициенты вариации определяют по формулам:

$$v_\rho = \frac{\rho}{\bar{x}} \cdot 100\ (\%), \qquad (2.12)$$

$$v_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\ (\%). \qquad (2.13)$$

По величине коэффициента можно судить о степени вариации признаков совокупностей. Чем больше его величина, тем больше разброс значений признака вокруг средней, тем менее однородная совокупность по своему составу и тем менее представительна средняя. Таким образом, коэффициент вариации – критерий типичности средней. Если коэффициент вариации $v \geq 33\%$, то средняя нетипична.

Раздел 3. ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ЯВЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГРУППИРОВКИ

Задание к разделу

Заполнить табл. 3.1, взяв данные по 30-ти предприятиям за сентябрь текущего года из приложения 1 (П-1).

На основе этих данных выявить зависимость между объемом произведенной продукции и стоимостью ОПФ, для чего необходимо:

3.1. Провести аналитическую группировку по средней стоимости ОПФ.

3.2. Сформулировать выводы, рассчитав изменение объема произведенной продукции по группам (первую группу принять за 100%).

Таблица 3.1

№ предприятия	Объем произведенной продукции, тыс. руб. (y) Табл. П-1	Среднемесячная стоимость ОПФ, тыс. руб. (x) Табл. П-1
1		
2		
3		
. . . . .		
30		

Метод группировок применяется для решения задач, возникающих в ходе научного статистического исследования:

– выделение социально – экономических типов явлений;

– изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;

– изучение связей и зависимостей между отдельными признаками явления.

Для решения этих задач применяют (соответственно) три вида группировок: типологическую, структурную и аналитическую.

Важнейшей задачей статистики является выявление и исследование объективно существующих связей между явлениями и их признаками.

Признаки по их значению для исследования делятся на факторные и результативные. Признаки, обусловливающие изменение других признаков называются **факторными** (или факторами) и обозначаются *X*. Признаки, изменяющиеся под воздействием факторных признаков, называются **результативными** и обозначаются *Y*.

Аналитическая группировка, в частности, исследует связи и зависимости между изучаемыми явлениями и их признаками. В основе аналитической группировки лежит факторный признак, и каждая выделенная группа характеризуется средними значениями результативного признака.

Для выполнения данного раздела необходимо определить интервалы группировки для 5-ти групп

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \qquad (3.1)$$

где n – число групп (n = 5); $x_{\max}$ – максимальное значение признака; $x_{\min}$ – минимальное значение признака.

Далее строится таблица группировки (табл. 3.2):

Таблица 3.2

№ группы	Группы предприятий по среднемесячной стоимости ОПФ, тыс. руб.	Количество предприятий в группе	Объем произведенной продукции по i-му предприятию, тыс. руб.	Объем произведенной продукции по группе, тыс.руб.	Средний объем произведенной продукции, тыс.руб.	Изменение среднего объема произведенной продукции по сравнению с первой группой, %
1						
2						
3						
4						
5						

По результатам группировки делается вывод о зависимости между стоимостью ОПФ и объемом произведенной продукции.

Раздел 4. ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ ПРИЗНАКА С ПОМОЩЬЮ ПРАВИЛА СЛОЖЕНИЯ ДИСПЕРСИЙ

Задание к разделу

Данные выполненной ранее аналитической группировки по стоимости ОПФ (раздел 3) разместить в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№ группы	Группы предприятий по среднемесячной стоимости ОПФ, тыс. руб.	Количество предприятий в группе	Объем произведенной продукции по *i*-му предприятию, тыс. руб.
1			
2			
3			
4			
5			
	Итого	30	

Проверить правило сложения дисперсии и определить степень взаимосвязи между изученным признаком и признаком по которому совокупность разделена на группы, для чего:

4.1. Рассчитать величины общей дисперсии, внутригрупповых дисперсий, средней из внутригрупповых дисперсий и межгрупповой дисперсии.

4.2. По полученным данным показать правило сложения дисперсий.

4.3. Определить долю влияния группировочного признака (стоимость ОПФ) на изучаемый признак (объем произведенной продукции) с помощью расчета эмпирического корреляционного отношения.

Вариация признака обусловлена различными факторами, некоторые из которых можно выделить, если статистическую совокупность разбить на группы по какому – либо признаку. Тогда наряду с изучением вариации признака по всей совокупности в целом становится возможным изучить вариацию для каждой из составляющих ее групп, а также между этими группами. В простейшем случае, когда совокупность расчленена на группы по одному фактору, изучение вариации достигается посредством исчисления и анализа трех видов дисперсий: общей, межгрупповой и внутригрупповой.

Вид дисперсии определяется характером совокупности, рассеивание значений которой она измеряет.

Общая дисперсия $\sigma^2_{общ}$ измеряет вариацию признака по всей изучаемой совокупности, возникающую под влиянием всех факторов:

$$\sigma^2_{общ} = \frac{\sum(x_i - \overline{x})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}, \tag{4.1}$$

где $\overline{x}$ – общая средняя для всей совокупности.

Расчет общей средней для всей совокупности производится по формуле средней арифметической

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{\sum m_i}. \tag{4.2}$$

Для расчета общей дисперсии используется табл. 4.2.

Таблица 4.2

№ пред-пред-приятия	x_i	m_i	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 \cdot m_i$
1 2 3 30					
Итого:	$\sum x_i$	$\sum_{i=1}^{n} m_i$	–	–	$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \cdot m_i$

Если изучаемую совокупность разделить на однородные группы по какому-либо признаку, то вариация признака внутри каждой группы будет возникать под действием всех других факторов, кроме факторов, положенных в основу группировки. Эту вариацию измеряет внутригрупповая дисперсия

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum(x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}, \tag{4.3}$$

где σ_i^2 – дисперсия в i-ой группе; $\overline{x}$ – среднее значение признака в i-ой группе; f_i – повторяемость отдельных значений признака в i-ой группе.

Расчет **внутригрупповых дисперсий** производится в табл. 4.3.

Расчеты производятся по каждой из групп, например, группа №1, интервал от … до …; группа №2, интервал от … до …; и т.д.

Таблица 4.3

x_i	m_i	$\lvert x_i - \bar{x}_1 \rvert$	$(x_i - \bar{x}_1)^2$	$(x_i - \bar{x}_1)^2 \cdot m_i$
$\sum x_i$	$\sum_{i=1}^{n} m_i$	–	–	$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}_1)^2 \cdot m_i$

Средняя для каждой группы рассчитывается по формуле средней арифметической

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{\sum m_i}. \tag{4.4}$$

Внутригрупповых дисперсий будет рассчитано столько, сколько групп выделено в совокупности. Поэтому определяют средний размер внутригрупповой дисперсии.

Средняя из внутригрупповых дисперсий рассчитывается как средняя арифметическая, взвешенная по численности отдельных групп

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot K_i}{\sum K_i}, \tag{4.5}$$

где K_i – абсолютный или относительный вес i-й группы в общей совокупности.

Групповые средние $\bar{x}_i$ отклоняются от общей средней $\bar{x}$ под влиянием фактора, положенного в основу группировки. Вариацию групповых средних измеряет **межгрупповая дисперсия**

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot K_i}{\sum K_i}. \tag{4.6}$$

Расчет межгрупповой дисперсии проводится в табл. 4.4.

Таблица 4.4

№ группы	x_i	K_i	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot K_i$
1 2					
Итого:	$\sum x_i$	$\sum_{i=1}^{n} K_i$	–	–	$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot K_i$

Отсюда **правило сложения дисперсий** формулируется следующим образом: общая дисперсия равна сумме двух слагаемых – средней из внутригрупповых дисперсий и межгрупповой дисперсии

$$\sigma^2_{\text{общ}} = \bar{\sigma}^2_i + \delta^2. \qquad (4.7)$$

Правило сложения дисперсий можно использовать для нахождения соотношения дисперсий – межгрупповой и общей. С помощью этого соотношения оценивается теснота связи между признаком, положенным в основу группировки, и всеми остальными признаками, вызывающими рассеивание значений изучаемого признака в общей совокупности.

Очевидно, чем больше доля межгрупповой дисперсии в общей дисперсии, тем сильнее влияние группировочного признака (стоимость ОПФ) на изучаемый признак (объем произведенной продукции).

Поэтому в статистическом анализе широко используется **эмпирический коэффициент детерминации** η^2 – показатель, представляющий собой долю межгрупповой дисперсии в общей дисперсии результативного признака и характеризующий силу влияния группировочного признака на образование общей вариации

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}. \qquad (4.8)$$

Эмпирический коэффициент детерминации показывает долю вариации результативного признака *y* под влиянием факторного признака *x* (остальная часть общей вариации *y* обуславливается вариацией прочих факторов). При отсутствии связи эмпирический коэффициент детерминации равен нулю, а при функциональной связи – единице.

Эмпирическое корреляционное отношение – это корень квадратный из эмпирического коэффициента детерминации

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}. \tag{4.9}$$

Оно показывает тесноту связи между группировочным и результативным признаками.

Эмпирическое корреляционное отношение η, как и η^2, может принимать значение от 0 до 1.

Если связь отсутствует, то корреляционное отношение равно нулю, т.е. все групповые средние будут равны между собой, межгрупповой вариации не будет. Значит, группировочный признак никак не влияет на образование общей вариации.

Если связь функциональная, то корреляционное отношение будет равно единице. В этом случае дисперсия групповых средних равна общей дисперсии ($\delta^2 = \sigma^2$), т.е. внутригрупповой вариации не будет. Это означает, что группировочный признак целиком не определяется вариацию изучаемого результативного признака.

Чем ближе к единице значение корреляционного отношения, тем теснее, ближе к функциональной зависимости связь между признаками.

Для качественной оценки тесноты связи на основе показателя эмпирического корреляционного отношения можно воспользоваться соотношениями Чэддока:

$\eta_э$	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Сила связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Тесная	Весьма тесная

Раздел 5. ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ЯВЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

Задание к разделу

Заполнить табл. 5.1, взяв данные по 30-ти предприятиям за март текущего года из прил. 1.

Таблица 5.1

№ предприятия	Объем произведенной продукции, тыс. руб.; табл. П-1	Среднемесячная стоимость ОПФ, тыс. руб.; табл. П-1	Среднесписочная численность работников, чел.; табл. П-1	Производительность труда одного работника, тыс. руб. гр. 2: гр. 4 (y)	Уровень вооруженности труда ОПФ, тыс. руб. гр. 3: гр. 4 (x)
1 2 3 . . . 30					

По этим данным рассчитать показатели производительности труда одного работника и уровень фондовооруженности труда работников (точность расчета 0,01 тыс. руб.) и изменение первого в зависимости от изменения второго, для чего:

5.1. Построить корреляционную таблицу для выявления наличия связи, приняв по каждому из признаков 5 групп.

5.2. Дать графическое изображение связи в виде поля корреляции и эмпирической линии регрессии.

5.3. Дать аналитическое выражение связи, приняв наличие линейной корреляционной зависимости.

5.4. Измерить степень тесноты связи с помощью линейного коэффициента корреляции и корреляционного отношения.

5.5. Оценить достоверность полученного уравнения корреляционной зависимости.

Важнейшей целью статистики явления выявления и исследования объективно существующих связей между явлениями и их признаками.

Различают два вида связи между факторными и результативными признаками: **функциональную** и **стахостическую**. Частным случаем стохастической связи является **корреляционная связь**, при которой изменение **среднего значения** результативного признака Y обусловлено изменением факторного признака X или несколькими факторными признаками X_1, X_2, …, X_n.

При этом, если рассматривается связь средней величины *Y* с средним факторным признаком *X*, корреляция называется **однофакторной (парной)**, а если факторных признаков два и более – **многофакторной (множественной)**.

В зависимости от направления действия функциональные и стохастические связи могут быть **прямыми** и **обратными**. При прямой связи направление изменения результативного признака совпадает с направлением изменения признака – фактора, т.е. с увеличением факторного признака увеличивается и результативный, и наоборот – с уменьшением факторного признака уменьшается и результативный признак. В противном случае между рассматриваемыми величинами существуют обратные связи.

По аналитическому выражению (форме) связи могут быть прямолинейными и криволинейными. При прямолинейной связи с возрастанием значения факторного признака происходит непрерывное возрастание (или убывание) значений результативного признака. Математически такая связь представляется уравнением прямой, а графически – прямой линией. Отсюда ее более короткое название – **линейная связь**.

В общем виде задача статистики в области изучения взаимосвязей состоит не только в количественной оценке их наличия, направления и силы связи, но и в определении формы (аналитического выражения) влияния факторных признаков на результативный. Для ее решения применяют методы **корреляционного** и **регрессионного** анализа.

Задачи корреляционного анализа сводятся к измерению тесноты известной связи между варьирующими признаками, определению неизвестных причин связей (причинный характер которых должен быть выяснен с помощью теоретического анализа) и оценке факторов, оказывающих наибольшее влияние на результативный признак.

Задачи регрессионного анализа – выбор типа модели (формы связи), установление степени влияния независимых переменных на зависимую и определение расчетных значений зависимой переменной (функции регрессии).

Решение всех названных задач приводит к необходимости комплексного использования этих методов.

Для выявления наличия и характера связи используется **корреляционная таблица**.

Корреляционная таблица – это комбинационная таблица, в которой единицы изучаемой совокупности распределены по значениям взаимосвязанных признаков. По строкам даются значения признака – фактора (*X*), по графам – значения результативного признака (*Y*), в клетках таблицы – числа взаимного сочетания признаков *X* и *Y* (табл. 5.2).

Величину интервала группировки можно определить по формулам:

$$i_x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \tag{5.1}$$

$$i_y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{n}. \tag{5.2}$$

Таблица 5.2

Интервалы x_i	Интервалы y_i					Число наблюдений m_i	Среднее значение $\bar{y}_i$ в данном интервале по x_i
							$\bar{y}_1$
							$\bar{y}_2$
							$\bar{y}_3$
							$\bar{y}_4$
							$\bar{y}_5$
Число наблюдений							n

Из табл. 5.2 делаются выводы о:

а) наличии или отсутствии связи;

б) характере связи – корреляционной или функциональной (если все значения взаимосвязанных признаков в таблице расположены строго по диагонали, то зависимость функциональная);

в) направлении связи – прямая или обратная (рис. 5.1 или рис. 5.2);

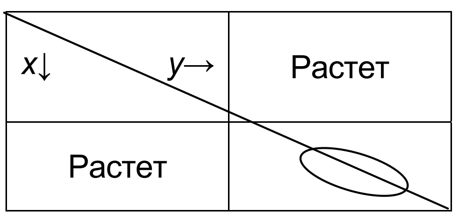

Рис. 5.1. Прямая зависимость

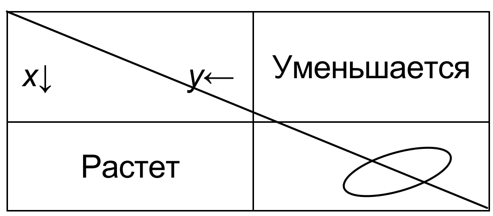

Рис. 5.2. Обратная зависимость

г) форме связи – линейная или нелинейная (если большинство значений взаимосвязанных признаков расположены по одну сторону от диагонали, то связь предположительно нелинейная).

Графической формой систематизации данных наблюдений является **поле корреляции**, представляющее собой точечный график, где по оси абсцисс откладывают интервалы факторного признака, а по оси ординат – результативного.

Число точек в каждой клетке корреляционного поля соответствует частоте взаимного сочетания признаков соответствующей корреляционной таблицы.

По полю корреляции можно сделать все те же выводы о: наличии связи, ее характере и направлении.

Для определения аналитического выражения (формы) связи на графике поля корреляции строится **эмпирическая линия регрессии** (ЭЛР).

Абсциссы ЭЛР – это середины интервалов по x.

Ординаты ЭЛР – это средние значения $\bar{y}$ в данном интервале по x, рассчитанные ранее в корреляционной таблице.

ЭЛР показывает изменение средних значений y под действием множества факторов, кроме конкретного фактора x. По форме ЭЛР делается предположение о типе функции, с помощью которой можно наиболее точно отразить зависимость между x и y.

Т.к. в условиях курсовой работы во всех случаях необходимо принять линейную зависимость между факторами, т.е. уравнение однофакторной линейной корреляционной связи будет иметь вид

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x, \tag{5.3}$$

где $\bar{y}_x$ – теоретические значения результативного признака, полученные по уравнению регрессии; a_0 и a_1 – параметры (коэффициенты) уравнения регрессии.

Поскольку a_0 является средним значением y в точке $x = 0$, экономическая интерпретация часто затруднена или вообще невозможна.

Коэффициент парной линейной регрессии a_1 имеет смысл показателя силы связи между вариацией факторного признака x и вариацией результативного признака y.

Уравнение теоретической линии регрессии (5.3) показывает среднее значение изменения результативного признака y при изменении факторного признака x на одну единицу его измерения, т.е. вариацию y, приходящуюся на единицу вариации x. Знак a_1 указывает направление этого изменения.

Для нахождения параметров этого уравнения применяется **метод наименьших квадратов**, в котором ставится условие, что сумма квадратов отклонений y от $\bar{y}_x$ должна быть минимальной

$$\sum(y_i - \bar{y}_x)^2 \to \min. \qquad (5.4)$$

Метод дает следующую систему **нормальных** уравнений

$$\begin{cases} n + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases} \qquad (5.5)$$

Все расчеты для решения этой системы уравнений выполняются в табл. 5.3.

Таблица 5.3

№ п/п	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$y_i \cdot x_i$	$\bar{y}_x$
. . . . .						
Итого:	Σx_i	Σy_i	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	$\Sigma y_i \cdot x_i$	$\sum \bar{y}_x$

В общем виде решение этой системы выглядит следующим образом:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum y}, \qquad (5.6)$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum y \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum y}. \qquad (5.7)$$

Определив значения a_0 и a_1 и подставив их в уравнение связи $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$, находим значения $\bar{y}_x$, зависящие только от заданного значения x.

Для оценки тесноты корреляционной связи применяется **линейный коэффициент корреляции** r.

Линейный коэффициент корреляции рассчитывается по формуле

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \qquad (5.8)$$

где $\overline{x \cdot y}$ – среднее произведение факторов *x* и *y*:

$$\overline{x \cdot y} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{n}, \tag{5.9}$$

$\bar{x} \cdot \bar{y}$ – произведение средних факторов *x* и *y*; σ_x – среднее квадратическое отклонение фактора *x*; σ_y – среднее квадратическое отклонение фактора *y*; *n* – число пар наблюдаемых взаимосвязанных признаков.

Линейный коэффициент корреляции *r* изменяется в пределах от –1 до +1. Если r со знаком «+», то связь прямая, если со знаком «–» – то обратная. **Чем ближе величина *r* к единице, тем теснее зависимость между *X* и *Y*.**

При *r* = 0 – связь отсутствует.

При |*r*|< 0,3 – связь слабая.

0,3 ≤ |*r*| < 0,7 – связь средняя.

0,7 ≤ |*r*| < 0,9 – связь сильная или весьма тесная.

r = ±1 – связь считается функциональной.

Коэффициент корреляции *Rэ* является универсальным измерителем тесноты связи. Если *r* можно использовать только при линейной корреляции, то *R*, применяется при любой форме связи (при линейной связи *r* = *Rэ*).

$$Rэ = \sqrt{\frac{\sigma_\gamma^2 - {}_{(x)}\sigma_\gamma^2}{\sigma_\gamma^2}}, \tag{5.10}$$

где σ_γ^2 – дисперсия фактора *Y*; ${}_{(x)}\sigma_\gamma^2$ – дисперсия *Y* под действием всех факторов, кроме *X*:

$${}_{(x)}\sigma_\gamma^2 = \frac{\sum(\gamma_i - \bar{\gamma}_x)^2}{n}, \tag{5.11}$$

где γ_i – фактическое значение фактора *Y*; $\bar{\gamma}_x$ – выровненные по *X* значения результативного показателя (определяется из уравнения теоретической зависимости при подстановке x_i, соответствующих значениям γ_i); *Rэ* – показывает относительное значение вариации под действием фактора *X* в общей вариации.

Следовательно, чем больше относительное значение вариации под действием фактора *X*, тем теснее связь между *X* и *Y*.

Rэ – колеблется от 0 до 1. Интерпретация полученных значений Rэ та же, что и для линейного коэффициента корреляции. В случае линейной зависимости между изучаемыми факторами Rэ = r.

В качестве **меры достоверности** уравнения корреляционной зависимости используется процентное отношение средней квадратической ошибки уравнения (S) к среднему уровню результативного признака ($\overline{\gamma}$):

$$\frac{S}{\overline{\gamma}} \cdot 100\%, \ S = \sqrt{\frac{\sum(\gamma_i - \overline{\gamma}_x)^2}{n - l}}, \qquad (5.12)$$

где γ_i – фактическое значение результативного признака; $\overline{\gamma}_x$ – значение результативного признака, рассчитанные по уравнению регрессии; l – число параметров в уравнении регрессии; (в случае линейной зависимости $l = 2$).

Если это отношение не превышает 10–15%, то следует считать, что уравнение регрессии достаточно хорошо отображает изучаемую взаимосвязь.

Раздел 6. ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Задание к разделу

Заполнить табл. 6.1, взяв данные по конкретному предприятию за три квартала текущего года из прил. 1 (в качестве номера предприятия взять номер своего варианта курсовой работы).

Таблица 6.1

№ пред при- ятия	Объём произведённой продукции по месяцам, тыс. руб. (из табл. П-1)								
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь

На основе данных об объеме произведенной конкретным предприятием продукции необходимо:

6.1. Рассчитать показатели ряда динамики.

6.2. Исчислить средние показатели ряда динамики.

6.3. Произвести сглаживание ряда динамики с помощью метода скользящей средней.

6.4. Произвести аналитическое выравнивание ряда динамики.

6.5. Произвести экстраполяцию ряда динамики.

6.6. Изобразить графически изменение показателя во времени.

6.7. Дать анализ полученных результатов.

Ряды динамики – это цифровая характеристика изменения изучаемого общественного явления во времени.

В каждом ряду динамики имеются два основных элемента: конкретное значение показателя (уровень ряда) y и время t.

Уровни ряда – это показатели, числовые значения которых составляют динамический ряд. Время – это моменты или периоды, к которым относятся уровни.

Анализ рядов динамики позволяет изучить закономерности изменения явлений во времени, т.е. определить направление, характер изменения явления, вскрыть присущие им особенности развития.

По времени, отражённому в динамических рядах, они разделяются на моментные и интервальные.

Моментным рядом динамики называется такой ряд, уровни которого характеризуют состояние явления на определённые даты (моменты времени).

Интервальным рядом динамики называется такой ряд, уровни которого характеризуют размер явления за конкретный период времени (год, квартал, месяц).

При изучении динамики общественных явлений возникает проблема описания интенсивности изменения и расчёта средних показателей динамики.

Анализ интенсивности изменения во времени осуществляется с помощью показателей, получаемых в результате сравнения уровней. К таким показателям относятся: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное значение одного процентного прироста.

Система средних показателей включает: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.

Показатели анализа динамики могут вычисляться на постоянной и переменных базах сравнения. При этом принято называть сравниваемый уровень **отчётным**, а уровень, с которым производится сравнение, – **базисным**.

Для расчёта показателей анализа динамики на **постоянной базе** каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же базисным уровнем. В качестве базисного выбирается либо начальный уровень в ряду динамики, либо уровень, с которого начинается какой-то новый этап развития явления. Исчисляемые при этом показатели называются **базисными**.

Для расчёта показателей анализа динамики на **переменной базе** каждый последующий уровень ряда сравнивается с предыдущим. Вычисленные таким образом показатели анализа динамики называются **цепными**.

Важнейшим статистическим показателем анализа динамики является **абсолютный прирост (сокращение)**, т.е. абсолютное изменение, характеризующее увеличение или уменьшение ряда за определённый промежуток времени. Абсолютный прирост определяется как разность между последующим и предыдущим уровнями ряда.

Абсолютный прирост (цепной)	Абсолютный прирост (базисный)
$\Delta_y^{ц} = y_i - y_{i-1}, \qquad (6.1, а)$	$\Delta_y^{б} = y_i - y_б, \qquad (6.1, б)$

где y_i – уровень сравниваемого периода; y_{i-1} – уровень предшествующего периода; $y_б$ – уровень, принятый за базу сравнения (обычно первый уровень $Y1$).

Для оценки интенсивности, т.е. относительно изменения уровня динамического ряда за какой-либо период времени, исчисляют **темпы роста (снижения)**.

Интенсивность изменения уровня оцениваются отношением отчётного уровня к базисному.

Показатель интенсивности изменения уровня ряда, выраженный в долях единицы, называется **коэффициентом роста**, а в процентах – **темпом роста**. Эти показатели интенсивности изменения отличаются только единицами измерения.

Коэффициент роста (снижения) показывает, во сколько раз сравниваемый уровень больше уровня, с которым производится сравнение (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть уровня, с которым производится сравнение, составляет сравниваемый уровень (если он меньше единицы). Коэффициент роста – это отношение последующего уровня ряда к предыдущему уровню.

Коэффициент роста (цепной)

$$K_p^{ц} = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \qquad (6.2, а)$$

Коэффициент роста (базисный)

$$K_p^{б} = \frac{y_i}{y_б}. \qquad (6.2, б)$$

Темп роста (цепной)

$$K_p^{ц} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100, \qquad (6.3, а)$$

Темп роста (базисный)

$$K_p^{б} = \frac{y_i}{y_б} \cdot 100. \qquad (6.3, б)$$

Отсюда:

$$T_p = K_p \cdot 100. \qquad (6.4)$$

Относительную оценку скорости измерения уровня ряда в единицу времени дают показатели темпа прироста (сокращения).

Темп прироста (сокращения) показывает, насколько процентов сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу сравнения, и вычисляется как отношение абсолютного прироста к абсолютному уровню, принятому за базу сравнения.

Темп прироста может быть положительным, отрицательным или равным нулю и выражается в процентах и долях единицы (коэффициенты прироста).

Темп прироста (цепной)

$$T_{пр}^{ц} = \frac{\sum \Delta\gamma_ц}{y_{i-1}} \cdot 100, \qquad (6.5, а)$$

Темп прироста (базисный)

$$T_{пр}^{б} = \frac{\Delta y_б}{y_б} \cdot 100. \qquad (6.5, б)$$

Темп прироста (сокращения) можно получить и из темпа роста, выраженного в процентах, если из него вычесть 100%. Коэффициент прироста получается вычитанием единицы из коэффициента роста:

$$T_{пр} = T_р - 100, \qquad (6.6, а) \qquad\qquad K_{пр} = K_р - 1. \qquad (6.6, б)$$

При анализе динамики развития следует также знать, какие абсолютные значения скрываются за темпами роста и прироста. Сравнение абсолютного прироста и темпа прироста за одни и те же периоды времени показывает, что при снижении (замедлении) темпов прироста абсолютный прирост абсолютный прирост не всегда уменьшается, в отдельных случаях он может возрастать. Поэтому, чтобы правильно оценить значение полученного темпа прироста, его рассматривают в сопоставлении с показателем абсолютного прироста. Результат выражают показателем, который называют **абсолютным значением одного процента прироста** и рассчитывают как отношение абсолютного прироста к темпу прироста за тот же период времени:

$$A_{\%} = \frac{\Delta}{T_{\text{пр}}} = \frac{\gamma_i - \gamma_{i-1}}{\frac{\gamma_i - \gamma_{i-1}}{\gamma_{i-1}} \cdot 100} = \frac{\gamma_{i-1}}{100} = 0{,}01\gamma_{i-1}\%. \quad (6.7)$$

Абсолютное значение одного процента прироста равно сотой части предыдущего (или базисного) уровня. Оно показывает, какое абсолютное значение скрывается за относительным показателем – одним процентом прироста.

Расчёт показателей ряда динамики производится в табл. 6.2.

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют следующие средние показатели.

Средний уровень ряда характеризует обобщённую величину абсолютных уровней. Он рассчитывается по средней хронологической, т.е. по средней исчисленной из значений, изменяющихся во времени.

Для интервальных рядов динамики из абсолютных уровней средний уровень за период времени определяется по формуле средней арифметической:

При равных интервалах применяется средняя арифметическая простая

$$\overline{\gamma}_{\text{пр}} = \frac{\sum \gamma}{n} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots + \gamma_n}{n}, \quad (6.8)$$

где γ – абсолютные уровни ряда; n – число уровней ряда.

Обобщающий показатель скорости изменения уровней во времени – **средний абсолютный прирост (снижение)**, представляющий собой обобщённую характеристику индивидуальных абсолютных приростов для динамики.

Средний абсолютный прирост определяется по формуле

$$\overline{\Delta} = \frac{\gamma_n - \gamma_1}{n - 1}, \quad (6.9)$$

где γ_1 – начальный уровень ряда динамики; γ_n – конечный уровень ряда динамики.

Сводной обобщающей характеристикой интенсивности изменения уровней ряда динамики служит **средний темп роста (снижения)**, показывающий, во сколько раз в среднем за единицу времени изменяется уровень ряда динамики.

Таблица 6.2

Месяцы	Объём произведённой продукции, тыс. руб.	Абсолютный прирост, тыс. руб.		Коэффициент роста		Темпы прироста, %		$A_{\%} = \dfrac{\overline{\Delta}^{ц}}{T^{ц}_{пр}}$
		$\Delta^{ц}_{\gamma} = \gamma_i - \gamma_{i-1}$	$\Delta^{ц}_{\gamma} = \gamma_i - \gamma_{i-1}$	$K^{ц}_{р} = \dfrac{y_i}{y_{i-1}}$	$K^{б}_{р} = \dfrac{y_i}{y_б}$	$T^{ц}_{пр} = T^{ц}_{р} - 100\%$	$T^{б}_{пр} = T^{б}_{р} - 100\%$	
I								
II								
III								
IV								
V								
VI								
VII								
VIII								
IX								

Темп роста – это коэффициент роста, выраженный в процентах.

Средний коэффициент роста определяется по формуле средней геометрической:

$$\bar{K}_{\text{р}} = \sqrt[n-1]{K_{\text{р}1} \cdot K_{\text{р}2} \cdot \ldots \cdot K_{\text{р}n-1}} = \sqrt{\Pi(K_{\text{р}1})}, \tag{6.10}$$

где

$$K_{\text{р}_1} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1};\ K_{\text{р}_2} = \frac{\gamma_3}{\gamma_2};\ K_{\text{р}_{n-1}} = \frac{\gamma_n}{\gamma_{n-1}}.$$

Отсюда:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{\gamma_n}{\gamma_1}}. \tag{6.11}$$

Средний темп роста определяется только через средний коэффициент роста

$$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100\ (\%). \tag{6.12}$$

Средние темпы прироста (сокращения) рассчитываются на основе средних темпов роста вычитанием из последних ста процентов соответственно при исчислении средних коэффициентов прироста из значений коэффициентов роста вычитается единица

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_{\text{р}} - 100;\ \ \bar{K}_{\text{пр}} = \bar{K}_{\text{р}} - 1, \tag{6.13}$$

где $\bar{T}_{\text{пр}}$ – средний темп прироста; $\bar{K}_{\text{пр}}$ – средний коэффициент прироста.

Если уровни ряда динамики снижаются, то средний темп роста будет меньше 100%, а средний темп прироста – отрицательной величиной.

Среднее абсолютное значение одного процента прироста рассчитывается по формуле:

$$\bar{A}_{\%} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_{\text{пр}}}. \tag{6.14}$$

Изложенный порядок расчета основывается на **переменной базе сравнения (цепные показатели)**. Эти показатели можно рассчитать и при постоянной базе сравнения, например, по отношению к начальному уровню (базисные показатели).

Построение и анализ рядов динамики позволяют выявить и измерить закономерности развития общественных явлений во времени. Эти закономерности не проявляются четко на каждом конкретном уровне, а лишь в тенденции, в достаточно длительной динамике. На основную закономерность динамики накладываются другие, прежде всего случайные, иногда сезонные влияния. Выявление основной тенденции в изменении уровней, именуемой **трендом**, является одной из главных задач анализа рядов динамики.

С этой целью ряды динамики подвергаются обработке различными методами, в том числе методами скользящей средней и аналитического выравнивания.

Метод **скользящей (подвижной) средней** заключается в замене фактических уровней рядом скользящих (подвижных) средних уровней. При этом число уровней может быть чётным (2, 4, 6 и т.д.) или нечётным (3, 5, 7 и т.д.). Скользящая средняя рассчитывается для укрупненных интервалов, которые образуются путем исключения начального уровня каждого интервала и замены его последующим уровнем. В результате средняя как бы «скользит» по ряду динамики, передвигаясь на один срок.

Недостатком сглаживания ряда является «укорачивание» сглаженного ряда по сравнению с фактическим, а следовательно, потеря информации.

Чем больше интервал, за который исчисляется скользящая средняя, тем больше фактический ряд усредняется сглаженным и тем больше теряется информация. Чем меньше интервал, тем более сглаженный ряд приближается к ряду конкретному (фактическому).

В качестве более совершенного способа определения основной тенденции развития явления применяется метод аналитического выравнивания.

Аналитическое выравнивание заключается в нахождении определённого математического уравнения, выражающего основную тенденцию изменения явления во времени.

Сущность метода заключается в том, что на основе фактических данных ряда динамики подбирается наиболее подходящее для отражения тенденции развития явления аналитическое (математическое) уравнение.

Наиболее часто применяют следующие виды уравнений

– уравнение прямой линии

$$\bar{Y}_t = A_0 + A_1 \cdot t; \tag{6.15}$$

– уравнение параболы второго порядка

$$\bar{Y}_t = A_0 + A_1 \cdot t + A_2 \cdot t^2; \tag{6.16}$$

– уравнение показательной функции

$$\overline{Y}_t = A_0 \cdot A_1^t. \quad (6.17)$$

То есть задача сводится к тому, чтобы фактические уровни (Y) заменить теоретическими уровнями ($\overline{Y}_t$), исчисленными на основании этих уравнений.

Для выбора вида уравнений применяются различные приёмы и признаки.

Так уравнение прямой выбирается в тех случаях, когда в исходном временном ряду наблюдаются более или менее постоянные абсолютные цепные приросты, не проявляющие тенденции ни к увеличению, ник снижению. Если примерно постоянными оказываются темпы роста, то выбирают функцию параболы.

Расчет параметров уравнения обычно производится методом наименьших квадратов, в котором в качестве решения принимается точка минимума суммы квадратов отклонений между теоретическими и фактическими уровнями

$$\sum(\overline{\gamma}_t - \gamma_i)^2 \to \min, \quad (6.18)$$

где $\overline{\gamma}_t$ – выровненные (расчётные) ряды; γ_i – фактические уровни.

В случае выравнивания по уравнению прямой линии (формула) (в условиях курсовой работы необходимо использовать эту функцию) метод наименьших квадратов даёт следующую систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} A_0 n + A_1 \sum t = \sum \gamma; \\ A_0 \sum t + A_1 \sum t^2 = \sum \gamma t; \end{cases} \quad (6.19)$$

где γ – фактические (теоретические) уровни ряда; t – время.

Расчет параметров значительно упрощается, если за начало отсчёта времени (t = 0) принять центральный интервал (момент).

При нечётном числе уровней (например, 9) значение t (условное обозначение времени) – будут такими (табл. 6.3).

Таблица 6.3

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Уровни ряда динамики	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9
Условное начало отсчёта	$t = -4$	$t = -3$	$t = -2$	$t = -1$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$

В этом случае ($\Sigma t = 0$) и система нормальных уравнений принимает вид

$$\begin{cases} A_0 n = \sum \gamma; \\ A_1 \sum t^2 = \sum \gamma t. \end{cases} \quad (6.20)$$

Отсюда:

$$A_0 = \frac{\sum \gamma}{n}, \quad (6.21)$$

$$A_1 = \frac{\sum \gamma t}{\sum t^2}. \quad (6.22)$$

Расчёт параметров уравнения производится в табл. 6.4.

Таблица 6.4

Месяцы	Фактические уровни y	t	Yt	t^2	Теоретические уровни $\bar{Y}_t = A_0 + A_1 \cdot t$
I	Y_1 =				
II	Y_2 =				
III	Y_3 =				
IV	Y_4 =				
V	Y_5 =				
VI	Y_6 =				
VII	Y_7 =				
VIII	Y_8 =				
IX	Y_9 =				
Итого	ΣY	Σt	ΣYt	Σt^2	$\sum \bar{Y}_t$

Если расчёты выполнены правильно, то сумма фактических уровней приблизительно равна сумме теоретических уровней ($\sum Y \approx \sum \bar{Y}_t$).

Ряды динамики могут быть изображены графически, что позволяет наглядно представить развитие явления во времени и способствует проведению анализа уровней. Наиболее распространенным видом графического изображения для аналитических целей является **линейная диаграмма**, которая строится в прямоугольной системе координат: на оси абсцисс отмечается время, а на оси ординат – уровни ряда.

На таком графике проставляются фактические уровни, теоретические уровни и уровни скользящей средней (рис. 6.1).

Выявление и характеристика тенденций и моделей взаимосвязи создают базу для прогнозирования, т.е. для определения ориентировочных размеров явлений в будущем, для этого используют метод экстраполяции.

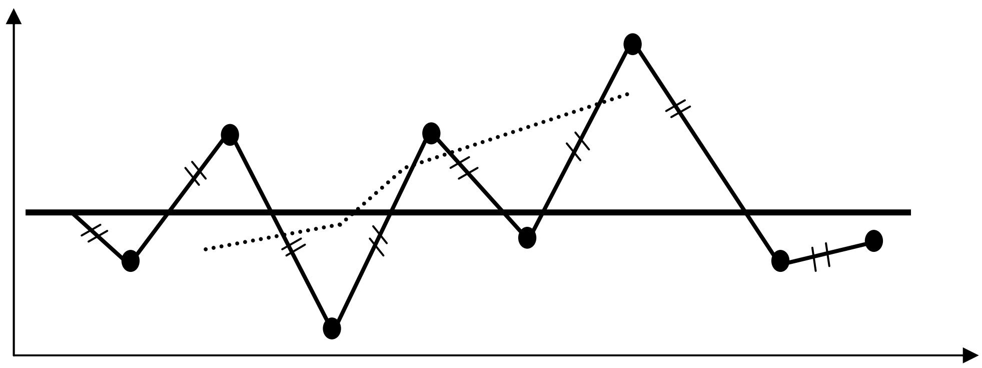

Рис. 6.1. Уровни произведенной продукции:

–||– – фактические уровни;

——— – теоретические уровни;

.... уровни скользящей средней

Под **экстраполяцией** понимают нахождение уровней за пределами анализируемого периода, т.е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом. Поскольку в действительности тенденция развития не остаётся неизменной, то данные, получаемые путём экстраполяции ряда, следует рассматривать как вероятность оценки.

Экстраполяцию рядов динамики осуществляют различными способами и, в частности, по полученным аналитическим уравнениям. Зная уравнения для теоретических уровней и подставляя значения t за пределами исследованного ряда, рассчитывают для t вероятностные уравнения $\bar{Y}_t$.

Раздел 7. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задание к разделу

Приняв совокупность 30-ти предприятий (табл. 7.1) как собственно случайную выборку из общего числа предприятий данной отрасли в регионе, необходимо:

1. Рассчитать среднюю величину выборочной совокупности.

2. Рассчитать дисперсию выборочной совокупности.

3. Определить среднюю ошибку выборки, приняв эти 30 предприятий как 15%, 20%, 25% или 30%-ую выборку (задается преподавателем), осуществленную в повторном или бесповторном порядке (задается преподавателем).

4. Определить предельную ошибку выборки с вероятностью 0,648; 0,954 или 0,997 (задается преподавателем).

5. Определить пределы, в которых находится среднее число предприятий данной отрасли в регионе по объему произведенной продукции.

6. Сделать выводы по полученным результатам.

Таблица 7.1

№ предприятия	Объем произведенной за месяц продукции, тыс. руб.; табл. П-1
1	
2	
3	
…	
30	

Статистическое наблюдение можно организовать как сплошное или не сплошное. **Сплошное** наблюдение предусматривает обследование всех единиц изучаемой совокупности и связано с большими трудовыми и материальными затратами. Изучение не всех единиц совокупности, а лишь некоторой части, по которой следует судить о свойствах всей совокупности в целом, можно осуществить несплошным наблюдением.

Выборочным называют несплошное наблюдение, при котором обследованию подвергают лишь часть совокупности, отобранную на основе научноразработанных методов с целью получения обобщающих характеристик всей совокупности в целом.

Совокупность единиц, из которых производится отбор, называют **генеральной совокупностью**. Совокупность, образованная отобранными единицами, называется **выборочной** (выборкой).

Вид выборки определяется способом отбора единиц. По способу формирования выборочной совокупности различают следующие виды выборки: собственно-случайная, механическая, типическая.

Собственно-случайная выборка заключается в отборе единиц наблюдения наугад, без каких-либо элементов системности. Технически собственно-случайный отбор проводят с помощью метода жеребьевки или таблиц случайных чисел.

Основные характеристики параметров генеральной и выборочной совокупностей обозначаются символами:

$\overline{x}$ – генеральная средняя (среднее значение признака в генеральной совокупности);

$\tilde{x}$ – выборочная средняя (среднее значение признака в выборочной совокупности);

σ^2 – дисперсия признака в генеральной совокупности;

$\sigma_в^2$ – дисперсия признака в выборочной совокупности (число, входящих в нее единиц);

N – объем генеральной совокупности (число входящих в нее единиц);

n – объем выборочной совокупности (число обследованных единиц).

В статистике учитывают два вида ошибок выборочного наблюдения: ошибки регистрации и ошибки репрезентативности (представительства).

Ошибки регистрации – это расхождения значений вследствие неправильного установления фактов или ошибочной записи в процессе наблюдения.

Ошибки репрезентативности (выборки) – это расхождение значений вследствие того, что выборочная совокупность недостаточно полно воспроизводит генеральную совокупность.

Ошибки выборки – это разность между соответствующими генеральными и выборочными характеристиками: $(\overline{x} - \tilde{x})$ – ошибка среднего значения признака.

Выборочная средняя $\tilde{x}$ по своей сути является случайной величиной и может принимать различные значения в зависимости от того, какие единицы совокупности попали в выборку. Следовательно, ошибки выборки также являются случайными величинами и могут принимать различные значения. Поэтому определяют среднюю из возможных ошибок – **среднюю ошибку выборки** (μ).

Различают повторный и бесповоротный методы отбора в выборку.

Повторным называется отбор, при котором вероятность отбора каждой единицы генеральной совокупности остается постоянной, так как после отбора какой-либо единицы она вновь возвращается в генеральную совокупность и участвует в последующих отборах.

Бесповоротным называется отбор, при котором выбранная единица не возвращается в генеральную совокупность и в последующих отборах не участвует.

Средняя ошибка выборки зависит от объема выборки и от разрядов вариации признака. Эта зависимость находит отражение в формулах средней ошибки выборки

а) для повторного отбора

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \tag{7.1}$$

μ_x – средняя ошибка средней;

б) для бесповоротного отбора

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{в}}^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \tag{7.2}$$

Конечной целью выборочного наблюдения является характеристика генеральной совокупности на основе выборочных результатов.

Выборочные средние и относительные величины распространяют на генеральную совокупность с учетом предела их возможной ошибки.

В каждой конкретной выборке расхождение между выборочной средней и генеральной, т.е. $|\tilde{x} - \bar{x}|$ может быть меньше средней ошибки выборки μ, равно ей или больше нее.

Причем каждое из этих расхождений имеет различную вероятность (объективную возможность появления события). Поэтому фактические расхождения между выборочной средней и генеральной $|\tilde{x} - \bar{x}|$ можно рассматривать как некую предельную ошибку, связанную со средней ошибкой и гарантируемую с определенной вероятностью P.

Предельная ошибка выборки (α) позволяет определить предельные значения характеристик генеральной совокупности и их доверительные интервалы:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \alpha_x; \; \tilde{x} - \alpha_x \le \tilde{x} + \alpha_x. \tag{7.3}$$

Это означает, что с заданной вероятностью можно утверждать, что значение генеральной средней следует ожидать в пределах от $\tilde{x} - \alpha_x$ до $\tilde{x} + \alpha_x$.

Предельную ошибку выборки для средней α_x при поворотном отборе можно рассчитать по формуле

$$\alpha_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_в^2}{n}}, \tag{7.4}$$

где t – коэффициент доверия, зависящий от вероятности, с которой гарантируется предельная ошибка выборки $\left(t = \frac{\alpha_x}{\mu_x}\right)$; μ_x – средняя ошибка выборки.

Аналогичным образом может быть записана формула предельной ошибки выборки при бесповторном отборе

$$\alpha_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_в^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \tag{7.5}$$

При случайном бесповоротном отборе в формулах расчета предельных ошибок выборки (7.4) и (7.5) необходимо умножить подкоренное выражение на 1 – (n/N).

Наиболее часто употребляемые значения коэффициента доверия t:

P	0,648	0,954	0,997
t	1	2	3

ПРИЛОЖЕНИЕ

Общая таблица исходных данных для курсовой работы

Таблица П-1

№ пред-при-ятия	Объём произведённой продукции за 3 квартала текущего года, тыс. руб.									Среднесписочная численность работников, чел.		Среднесписочная стоимость ОПФ в марте, тыс. руб.*
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Февраль	Март	
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
1	1200	1200	1254	1224	1303	1520	778	799	832	76	72	530
2	1098	1209	1315	1820	1834	1903	1702	1653	1690	82	80	648
3	550	578	603	2034	2209	2383	1116	1120	1190	75	71	439
4	2104	2209	2280	1620	1739	1802	450	480	500	118	123	1056
5	938	928	994	1800	2004	2249	1632	1743	1812	80	76	599
6	1654	1690	1782	1098	1209	1317	1270	1305	1410	106	110	918
7	1270	1305	1400	1404	1299	1496	1742	1703	1720	92	94	790
8	1444	1607	1812	2250	2178	2396	1745	1699	1735	105	99	835
9	1150	1208	1410	936	928	998	1855	1900	1920	88	85	659
10	540	568	600	1200	1200	1294	792	810	828	75	74	435
11	1370	1500	1584	1656	1699	1784	2090	2184	2210	95	91	812
12	750	798	820	1750	1800	1870	1720	1770	1830	75	75	499
13	1120	1210	1417	450	482	502	500	532	552	89	84	656
14	1598	1629	1700	1002	1084	1095	1010	1092	1101	110	104	992
15	1650	1720	1792	2045	2190	2300	1640	1673	1712	115	108	888
16	430	459	501	1852	1894	1935	1742	1697	1721	70	67	465
17	1000	1086	1100	1116	1120	1190	972	990	1008	83	79	590
18	2000	2190	2300	864	872	898	1000	1080	1092	124	130	1072
19	1850	1895	1942	1682	1704	1747	1118	1213	1419	115	112	982
20	894	903	918	1856	1900	1918	1820	1834	1900	79	76	636
21	772	790	808	1206	1195	1310	1200	1200	1254	76	74	672
22	560	587	613	720	730	748	1098	1209	1315	79	82	448

Продолжение табл. П-1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
23	1482	1513	1562	2160	2218	2293	550	578	603	102	97	785
24	1200	1200	1286	1566	1614	1582	2104	2209	2280	77	74	672
25	1020	1000	1178	1332	1485	1519	938	928	994	80	76	800
26	1504	1558	1705	774	798	900	1654	1690	1782	100	96	859
27	1852	1894	1935	1020	1000	1178	1270	1305	1400	115	113	1020
28	1652	1739	1800	1742	1693	1720	1444	1607	1812	103	108	999
29	1562	1618	1598	2090	2184	2210	1150	1208	1410	102	105	845
30	1760	1810	1880	1564	1618	1745	540	568	600	120	114	894
31	1332	1458	1519	772	790	808	1370	1500	1584	95	98	754
32	1098	1209	1317	1098	1209	1317	750	798	820	84	81	649
33	1900	2008	2005	1900	2008	2005	1120	1210	1417	108	102	1080
34	1869	1912	1950	1869	1912	1950	1598	1629	1700	115	112	4027
35	2060	2110	2195	2060	2110	2195	1650	1720	1792	133	135	1203
36	550	577	603	550	577	603	430	459	501	76	79	468
37	1404	1299	1496	1404	1299	1496	1000	1086	1100	94	92	784
38	1210	1274	1302	1210	1274	1302	2000	2190	2300	79	74	512
39	2045	2190	2300	2045	2190	2300	1850	1895	1942	123	130	998
40	1564	1618	1745	1564	1618	1745	894	903	918	100	97	848
41	778	799	832	1750	1800	1870	772	790	808	79	77	596
42	1702	1653	1690	450	482	502	560	587	613	102	98	989
43	1116	1120	1190	1002	1084	1095	1482	1513	1562	86	84	672
44	450	480	500	2045	2190	2300	1200	1200	1286	70	66	395
45	1632	1743	1812	1852	1894	1935	1020	1000	1178	103	108	942
46	1270	1305	1410	1116	1120	1190	1504	1558	1705	92	95	754
47	1742	1703	1720	864	872	898	1852	1894	1935	105	94	939
48	1745	1699	1735	1682	1704	1747	1652	1739	1800	103	100	981
49	1855	1900	1920	1856	1900	1918	1562	1618	1598	117	112	1035
50	792	810	828	1206	1195	1310	1760	1810	1880	76	72	593

Продолжение табл. П-1

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
51	2090	2184	2210	720	730	748	1332	1458	1519	140	142	1048
52	1720	1770	1830	2160	2218	2293	772	790	808	115	103	1280
53	500	532	552	1566	1614	1582	560	587	613	76	72	364
54	1010	1092	1101	1332	1485	1519	1482	1513	1562	86	83	690
55	1640	1673	1712	774	798	900	1200	1200	1286	108	104	1012
56	1742	1697	1721	1020	1000	1178	1020	1000	1178	103	103	1036
57	972	990	1008	1742	1693	1720	1504	1558	1705	78	74	612
58	1000	1080	1092	2090	2184	2210	1852	1894	1935	83	80	690
59	1118	1213	1419	1564	1618	1745	1652	1739	1800	87	84	750
60	1820	1834	1900	772	790	808	1562	1618	1598	110	114	1094
61	1224	1303	1520	1224	1303	1520	1760	1810	1880	90	92	490
62	1820	1834	1903	1820	1834	1903	1332	1458	1519	117	119	794
63	2034	2209	2383	2034	2209	2383	778	799	832	120	124	856
64	1620	1739	1802	1620	1739	1802	1702	1653	1690	101	106	712
65	1800	2004	2249	1800	2004	2249	1116	1120	1190	121	118	784
66	1098	1209	1317	1098	1209	1317	450	480	500	84	81	448
67	1404	1299	1496	1404	1299	1496	1632	1743	1812	94	92	560
68	2250	2178	2396	2250	2178	2396	1270	1305	1410	140	140	968
69	936	928	998	936	928	998	1742	1703	1720	79	76	392
70	1200	1200	1294	1200	1200	1294	1745	1699	1735	78	75	336
71	1656	1699	1784	1656	1699	1784	1855	1900	1920	108	110	712
72	1890	1998	1905	1890	1998	1905	792	810	828	103	100	808
73	1260	1295	1400	1260	1295	1400	2090	2184	2210	94	96	544
74	1440	1607	1802	1440	1607	1802	1720	1770	1830	102	98	632
75	1170	1209	1411	1170	1209	1411	500	532	552	89	85	457
76	540	567	593	540	567	593	1010	1092	1101	75	78	232
77	1368	1502	1597	1368	1502	1597	1640	1673	1712	95	92	536
78	720	798	813	720	798	813	1742	1697	1721	77	77	296

Окончание табл. П-1

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
79	1116	1209	1417	1116	1209	1417	972	990	1008	87	84	453
80	1638	1671	1708	1638	1671	1708	1000	1080	1092	110	104	712
81	1750	1800	1870	1890	1998	1905	1200	1200	1254	125	118	680
82	450	482	502	1260	1295	1400	1098	1209	1315	72	68	164
83	1002	1084	1095	1140	1607	1802	550	578	603	85	84	390
84	2045	2190	2300	1170	1209	1411	2104	2209	2280	123	130	872
85	1852	1894	1935	540	567	593	938	928	994	115	113	780
86	1116	1120	1190	1368	1502	1597	1654	1690	1782	86	84	470
87	864	872	898	720	798	813	1270	1305	1400	80	79	336
88	1682	1704	1747	1116	1209	1417	1444	1607	1812	101	103	712
89	1856	1900	1918	1638	1671	1708	1150	1208	1410	116	114	824
90	1206	1195	1310	1098	1209	1317	540	568	600	88	88	520
91	720	730	748	1900	2008	2005	1370	1500	1584	75	74	297
92	2160	2218	2293	1869	1912	1950	750	798	820	135	137	903
93	1566	1614	1582	2060	2110	2195	1120	1210	1417	102	105	648
94	1332	1485	1519	550	577	603	1598	1629	1700	95	97	554
95	774	798	900	1404	1299	1496	1650	1720	1792	79	77	328
96	1020	1000	1178	1210	1274	1302	430	459	501	80	78	400
97	1742	1693	1720	2045	2190	2300	1000	1086	1100	102	100	736
98	2090	2184	2210	1564	1618	1745	2000	2190	2300	140	142	948
99	1564	1618	1745	1118	1213	1419	1850	1895	1942	100	97	648
100	772	790	808	1820	1834	1900	894	903	918	76	74	312

Примечание

* – стоимость основных производственных фондов (ОПФ).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Громыко, Г.Л. Теория статистики: практикум / Г.Л. Громыко. – М.: ИНФРА-М, 2013.

2. Долгова, В.Н. Статистика: учебник и практикум / В.Н. Долгова, Т.Ю. Медведева. – М.: Юрайт, 2017.

3. Ефимова, М.Р. Практикум по общей теории статистики: учеб. пособие / М.Р. Ефимова, О.И. Ганченко, Е.В. Петрова. – М.: Финансы и статистика, 2011.

4. Минашкин, В.Г. Статистика: учебник для бакалавров / В.Г. Минашкин. – М.: Юрайт, 2016.

5. Экономика дорожного хозяйства: учебник [для вузов] / под ред. проф. Е.Н. Гарманова. – М.: Изд. центр «Академия», 2012.

СОДЕРЖАНИЕ