

Московский автомобильно-дорожный
государственный технический университет
(МАДИ)

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ФИЗИКЕ

Часть 1. Механика

Под редакцией И.А. Авенариус и Б.Л. Афанасьева

УДК 531
ББК 22.3

Л 124

Составители: И.А. Авенариус,
Б.Л. Афанасьев,
Г.К. Ипполитова,
В.А. Савельев,
Т.А. Тимофеева,
Г.Ю. Тимофеева,
В.И. Участкин

В лабораторном практикуме даны описания лабораторных работ по разделу «Механика» курса физики.

Практикум предназначен для студентов первого и второго курсов всех специальностей МАДИ, изучающих общую физику.

УДК 531

ББК 22.3

Лабораторная работа № 1-М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. В природе и технике часто происходят упругие и неупругие взаимодействия. Примерами неупругого взаимодействия являются удары копра при забивании свай, кузнечного молота и другие. Задача о разлете осколков снаряда при разрыве является обратной задачей об абсолютно неупругом ударе и решается с помощью тех же законов.

1.2. Целью данной работы является ознакомление с законами сохранения при неупругих соударениях на примере системы двух тел (пули и баллистического маятника) и определение скорости пули по первому наибольшему отклонению маятника при попадании в него пули.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Система тел называется замкнутой (изолированной), если на нее не действуют внешние силы: $F_{внеш} = 0$. Для замкнутых систем тел выполняются законы сохранения: импульса $\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \text{const}$, момента импульса $\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \text{const}$ и полной энергии $E = E_{мех} + E_{внутр} = \text{const}$. Механическая энергия системы тел сохраняется $E_{мех} = \text{const}$, если система изолирована и, кроме того, консервативна, т.е. между телами системы действуют только консервативные силы. Консервативные силы зависят от расстояния между взаимодействующими телами и не зависят от их скоростей. Консервативными являются, например, гравитационные силы, силы упругости. Работа консервативных сил по замкнутому пути равна нулю. Работа неконсервативных сил зависит от формы траектории и

на замкнутом пути не равна нулю. К неконсервативным силам относятся силы трения.

Понятие замкнутой системы является идеализацией, оно применимо к реальным системам тел в тех случаях, когда внутренние силы взаимодействия тел системы значительно больше внешних сил $F_{внутр} \gg F_{внеш}$. Тогда полагают, что $F_{внеш} = 0$.

Когда систему тел нельзя считать замкнутой ($F_{внеш} \neq 0$), применимы частные законы сохранения, справедливые при некоторых дополнительных условиях.

Если время воздействия на систему мало, то изменениями импульса $\Delta \vec{P} = \sum \vec{F}_i \cdot \Delta t$, момента импульса $\Delta \vec{L} = \sum \vec{M}_i \cdot \Delta t$ и полной энергии $\Delta E = N \cdot \Delta t$ можно пренебречь по сравнению с их значениями и считать импульс, момент импульса и полную энергию системы постоянными ($\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ - векторная сумма внешних сил, $\vec{M} = \sum \vec{M}_i$ - векторная сумма моментов и N - сумма мощностей внешних сил).

Закон сохранения импульса выполняется:

1) если внешние силы действуют, но компенсируются, $\sum \vec{F}_i = 0$, сохраняется полный импульс системы $\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \text{const}$;

2) если компенсируются не все силы, а их проекции на какую-нибудь из осей, например $\sum F_{ix} = 0$, или отсутствуют проекции сил на ось $F_{ix} = 0$, тогда сохраняется проекция импульса на эту ось: $P_x = \sum p_{ix} = \text{const}$; то же для осей y и z .

Закон сохранения момента импульса выполняется:

1) если внешние силы не создают моментов ($M_i = 0$) или их моменты компенсируются ($\sum \vec{M}_i = 0$), тогда сохраняется полный момент импульса системы $\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \text{const}$;

2) если отсутствуют проекции моментов сил или их сумма для одной из осей равна нулю, например $M_{ix} = 0$ или $\sum M_{ix} = 0$,

сохраняется проекция момента импульса на эту ось $L_x = \sum L_{ix} = \text{const}$.

Закон сохранения полной энергии:

если работа внешних сил $A_{\text{внеш}} = 0$, то сохраняется полная энергия системы $E = \text{const}$.

Закон сохранения механической энергии выполняется, если работа внешних сил $A_{\text{внеш}} = 0$, и, кроме того, работа внутренних неконсервативных сил $A_{\text{неконс}} = 0$: $E_{\text{мех}} = \text{const}$.

2.2. Удар - кратковременное взаимодействие двух или нескольких тел. Различают два предельных вида удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий.

Абсолютно упругим ударом называют такое взаимодействие тел, после которого в обоих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую. Для абсолютно упругого удара справедливы законы сохранения импульса, момента импульса и механической энергии.

Абсолютно неупругим называется удар, после которого скорости соударяющихся тел оказываются одинаковыми, тела движутся как одно целое. При этом кинетическая энергия системы тел частично или полностью переходит во внутреннюю энергию (в тепло и энергию остаточной деформации), так что сохраняются импульс, момент импульса и полная энергия системы. Механическая энергия при неупругом ударе не сохраняется.

Удар является центральным, если векторы скоростей сталкивающихся тел направлены вдоль прямой, соединяющей их центры.

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. В данной работе изучается абсолютно неупругий центральный удар двух тел - пули и баллистического маятника. Баллистический маятник - это тело (цилиндр, частично заполненный

пластилином), подвешенное на длинных легких нитях. Размеры цилиндра существенно меньше длины нитей, поэтому маятник можно считать математическим. В неподвижный маятник стреляют из «пушки». Пуля застревает в пластилине и сообщает маятнику некоторую скорость.

Общий вид лабораторной установки изображен на рис. 1. Маятник 1 подвешен к потолку на нитях 2, линейка для измерения отклонения маятника 3 укреплена на подставке, которую можно передвигать. Пуля вылетает из «пушки» 4, представляющей собой закрытую с одного конца цилиндрическую трубку с прорезью. Внутри трубки находятся пружина и стержень (боек) с курком.

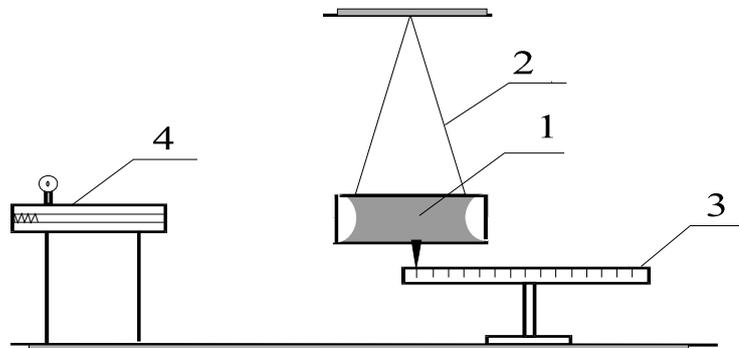


Рис. 1

3.2. Вывод расчетной формулы

В положении равновесия на маятник действуют сила тяжести и уравновешивающая ее сумма сил натяжения нитей. В горизонтальном направлении силы отсутствуют (силами сопротивления при движении пули пренебрегаем). Время соударения пули с маятником Δt мало по сравнению с периодом колебаний маятника T , так что за время соударения он не успевает заметно отклониться от положения равновесия, поэтому во время удара не возникает сил, стремящихся вернуть его в исходное положение. Следовательно, к системе пуля - маятник на время удара можно применить закон сохранения горизонтальной проекции импульса в виде

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 - массы пули и маятника соответственно, v_1 и v - горизонтальная проекция скорости пули перед ударом (скорость вылета пули) и скорость маятника вместе с пулей сразу после удара.

Откуда

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v. \quad (2)$$

Неизвестную скорость маятника можно определить, рассматривая новую систему тел: маятник с пулей - Земля. Силами сопротивления воздуха и трением в установке пренебрегаем, сила тяжести консервативна, сумма сил натяжения нитей перпендикулярна скорости и работы не совершает, так что механическая энергия системы после удара сохраняется. В этом случае кинетическая энергия, полученная маятником при ударе, равна потенциальной энергии в момент максимального отклонения маятника от положения равновесия, когда его центр масс поднимется на высоту h ,

$$\frac{m_1 + m_2}{2} v^2 = (m_1 + m_2) gh. \quad (3)$$

Подставляя значение v из (3) в (2), получим

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}. \quad (4)$$

Величина h может быть определена из измерений максимального отклонения маятника x от положения равновесия после попадания пули (рис. 2). При малых углах отклонения маятника от положения равновесия

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{x}{L} \quad \text{и} \quad h = L(1 - \cos \alpha) = 2L \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx \frac{x^2}{2L}. \quad (5)$$

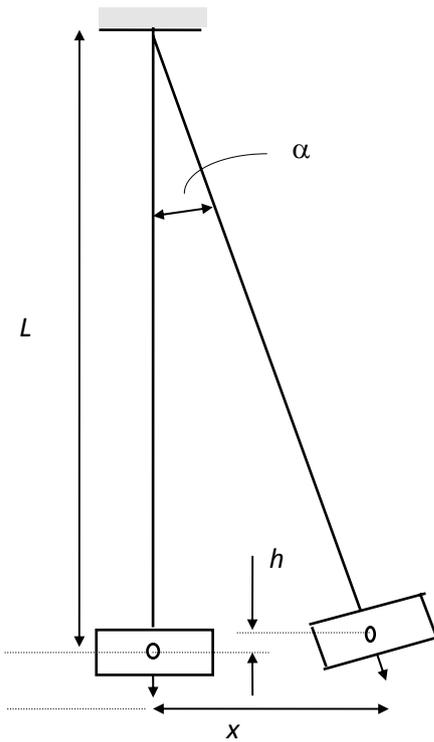
Подставляя (5) в (4), получим

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} x \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (6)$$

3.3. Используя формулу для периода колебаний математического маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, получаем

$$\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi n}{t}, \quad (7)$$

где n - полное число колебаний маятника, t - время, за которое оно совершено. Подставляя (7) в (6), получим окончательную формулу для



определены ^{Рис. 2} скорости пули в виде

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \frac{2\pi n x}{t}. \quad (8)$$

3.3. Найдем изменение механической энергии системы ΔE в результате удара. Кинетическая энергия системы до удара равна

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad (9)$$

а после удара

$$E_2 = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}. \quad (10)$$

Откуда с учетом (1) это изменение равно

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1 \right) = -\frac{m_1 v_1^2}{2} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

Из сравнения (9) и (11) видно, что во внутреннюю энергию переходит часть кинетической энергии налетающего тела, тем большая, чем меньше масса налетающего тела по сравнению с массой покоящегося. Она равна

$$\frac{|\Delta E|}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (12)$$

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1.1. Внести технические данные измерительных приборов в табл. 1.

Таблица 1

Название прибора	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Линейка			
Секундомер			

4.1.2. Записать значения масс пули и цилиндра с учетом заданных погрешностей: $m_1 \pm \Delta m_1$; $m_2 \pm \Delta m_2$.

4.2.1. Подготовить маятник к эксперименту: проверить взаимное расположение «пушки» и маятника, чтобы оно обеспечивало попадание пули в центр цилиндра, привести маятник в равновесие и установить нулевое деление линейки под концом стрелки маятника.

4.2.2. Подготовить «пушку» к выстрелу: перемещая боек, сжать пружину и завести курок в прорезь, вставить пулю в дуло «пушки», задвигая ее до упора. Затем установить курок на предварительный взвод: вывести его из прорези и упереть в выступ.

ВНИМАНИЕ! Запрещается: 1) вставлять пулю, если курок стоит на предварительном взводе; 2) после зарядки «пушки» вносить руки за ограждение.

4.2.3. Произвести выстрел и замерить максимальное отклонение стрелки маятника по линейке. Результат записать в табл. 2.

4.2.4. Повторить операции пунктов 4.2.1 - 4.2.3 пять раз.

4.2.5. Измерить секундомером время t десяти ($n = 10$) полных колебаний маятника, для чего отклонить маятник на небольшой угол, дать ему покачаться и, приняв момент, когда маятник находится в одном из крайних положений, за $t = 0$, включить секундомер. Результат записать в табл. 2. Измерение повторить $N = 5$ раз.

Таблица 2

№ п/п	x_i	$\Delta x_i = \bar{x} - x_i$	Δx_i^2	t_i	$\Delta t_i = \bar{t} - t_i$	Δt_i^2
1						
2						
3						
4						
5						
	$\bar{x} =$			$\bar{t} =$		

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Вычислить средние значения максимального отклонения \bar{x} и времени \bar{t} десяти полных колебаний маятника по формулам

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \quad ; \quad N = 5,$$

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \quad ,$$

оставляя в средних значениях то же число значащих цифр, что и в каждом измерении.

5.2. По формуле (8) вычислить среднее значение скорости пули, принимая за x и t их средние значения \bar{x} и \bar{t} .

5.3. Вычислить средние квадратичные ошибки

$$\Delta S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta x_i^2}{N(N-1)}} = \quad ;$$

$$\Delta S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_i^2}{N(N-1)}} = \quad .$$

5.4. Вычислить абсолютные случайные ошибки

$$\Delta x_{сл} = \tau_{\alpha}(N) \cdot \Delta S_x = \quad ,$$

$$\Delta t_{сл} = \tau_{\alpha}(N) \cdot \Delta S_t = \quad ,$$

где коэффициент Стьюдента $\tau_{0,9}(5) = 2,1$.

5.5. Вычислить полные абсолютные ошибки

$$\Delta x = \Delta x_{сл} + \Delta x_{приб} = \quad ;$$

$$\Delta t = \Delta t_{сл} + \Delta t_{приб} = \quad ,$$

округлить результаты до одной значащей цифры.

5.6. Вычислить относительную ошибку в значении скорости пули

$$\varepsilon_{v_1} = \frac{\Delta v_1}{v_1} = \varepsilon_{\frac{m_1+m_2}{m_1}} + \varepsilon_x + \varepsilon_t = \frac{m_1 \Delta m_2 + m_2 \Delta m_1}{m_1(m_1 + m_2)} + \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta t}{t} =$$

Здесь Δm_1 , Δm_2 - абсолютные ошибки в значениях масс.

5.7. Вычислить полную абсолютную ошибку в значении скорости пули

$$\Delta v_1 = \bar{v}_1 \varepsilon_{v_1} =$$

Округлить ее до одной значащей цифры.

5.8. Записать окончательный результат, округлив \bar{v}_1 до разряда абсолютной погрешности

$$v_1 = \bar{v}_1 \pm \Delta v_1 = (\quad \pm \quad) \text{ м/с.}$$

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ I КОМПЛЕКТ

1. Какие системы тел называются замкнутыми, и каким законам они подчиняются?
2. Найдите, какая часть кинетической энергии пули при попадании ее в маятник переходит во внутреннюю энергию.
3. Перечислите условия, при которых выполняется закон сохранения импульса. Почему его можно применить к системе пуля-маятник?

II КОМПЛЕКТ

1. Какой удар называется абсолютно упругим? Какие законы сохранения для него выполняются? Примеры.
2. Мяч массой m , движущийся со скоростью v , летит перпендикулярно стенке и сталкивается с ней абсолютно упруго. Найти изменение импульса мяча в результате удара.
3. Какие законы используются для нахождения скорости маятника после удара?

III КОМПЛЕКТ

1. Закон сохранения импульса и условия, при которых он применим для незамкнутых систем.
2. Как определяются импульсы материальной точки, системы материальных точек и твердого тела при произвольном движении?
3. От чего и как зависит доля кинетической энергии налетающего тела, переходящая во внутреннюю энергию при абсолютно неупругом ударе?

IV КОМПЛЕКТ

1. Какие законы сохранения и в каком виде используются в данной работе?
2. Какие системы называют замкнутыми и незамкнутыми?
3. В каких случаях при абсолютно неупругом ударе вся кинетическая энергия переходит во внутреннюю?

V КОМПЛЕКТ

1. Законы сохранения полной и механической энергий, условия их выполнения.
2. Какая энергия называется кинетической? Найти кинетическую энергию шара массой m , радиусом R , катящегося по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью v .
3. Чему равен импульс однородного диска массой m и радиусом R , вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости диска?

VI КОМПЛЕКТ

1. Какой удар называется абсолютно неупругим, какие законы сохранения для него выполняются? Приведите примеры использования неупругих ударов в технике.
2. В каких случаях реальные системы тел можно считать замкнутыми? В каких случаях в незамкнутых системах выполняются законы сохранения механической энергии и полной энергии?
3. Чему равен импульс системы двух материальных точек массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,2$ кг, движущихся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с?

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания ст. преп. Т.А. Тимофеева.

Лабораторная работа № 2-М
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО
БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью данной работы является ознакомление с законами сохранения при неупругих соударениях на примере системы двух тел, пули и баллистического крутильного маятника, и определение скорости пули по первому наибольшему отклонению маятника после попадания в него пули.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. См пункт 2.1 в работе №1-М.

2.2. В законах сохранения используются понятия момента сил и момента импульса. Напомним их определения. Моментом силы \vec{F} относительно точки O называется векторное произведение радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку приложения силы, на силу \vec{F} : $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$.

Момент силы не изменится, если точку приложения силы перенести в любую другую точку, расположенную на линии действия силы. Момент нескольких сил относительно некоторой точки равен геометрической сумме моментов этих сил относительно той же точки. Модуль момента силы $M = F r \sin\alpha$, где α - меньший угол между направлениями радиуса-вектора и силы.

Моментом силы относительно оси называют проекцию на эту ось момента силы относительно точки, лежащей на этой оси.

Моментом импульса материальной точки (м.т.) относительно точки O (центральный момент импульса) называется векторное произведение радиуса-вектора \vec{r} , проведенного от точки O к

материальной точке, на ее импульс \vec{p} : $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$. Модуль момента импульса $L = r p \sin \alpha$.

Момент импульса системы м.т. относительно точки O равен векторной сумме моментов импульса всех м.т. системы относительно этой точки O .

Моментом импульса относительно некоторой оси L_z (осевым моментом импульса) называется проекция на эту ось момента импульса относительно точки, лежащей на этой оси.

Осевой момент импульса твердого тела равен $L_z = J_z \omega$, где J_z – момент инерции твердого тела относительно этой оси.

Момент инерции твердого тела характеризует инертность тела при вращательном движении и зависит от распределения элементарных масс относительно оси, он равен $J_z = \sum \Delta m_i r^2$, где Δm_i - элемент массы тела, r - его расстояние от оси. Заменяв малые конечные элементы массы тела бесконечно малыми, получим

$$J_z = \int_m r^2 dm.$$

Момент инерции тела относительно любой оси равен моменту инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной, плюс произведение массы на квадрат расстояния между осями a (теорема Штейнера)

$$J = J_0 + ma^2.$$

2.3. См. пункт 2.2 в работе № 1-М.

2.4. В данной работе изучается абсолютно неупругий удар двух тел - пули и крутильного баллистического маятника (стержня, подвешенного горизонтально на двух вертикальных проволоках-растяжках, закрепленных сверху и снизу, см. его подробное описание в п. 3). Для определения скорости пули стреляют в

маятник. Пуля застревает в маятнике, вызывая его поворот, в результате проволоки, на которых подвешен маятник, закручиваются, и маятник начинает совершать крутильные колебания вокруг своей вертикальной оси. Время соударения пули с маятником незначительно по сравнению с периодом колебаний, так что можно пренебречь поворотом маятника от положения равновесия за время удара. Действующие на маятник силы тяжести и натяжения проволок уравновешены. Они направлены вертикально и не создают моментов относительно вертикальной оси, поэтому, пренебрегая моментом сил трения, можно применить к системе пуля - маятник закон сохранения момента импульса относительно вертикальной оси. Считая удар абсолютно неупругим, имеем

$$m_1vr = (J + m_1r^2)\omega, \quad (1)$$

где m_1 - масса пули, r - расстояние от оси вращения до центра пули в месте ее попадания в маятник, v - горизонтальная проекция скорости пули в момент удара (скорость вылета пули), J - момент инерции маятника, ω - угловая скорость маятника сразу после попадания пули. Кинетическая энергия пули во время удара частично переходит во внутреннюю энергию при неупругой деформации пластилина, частично в кинетическую энергию вращения маятника вместе с пулей.

После удара для системы тел маятник – закрепленные проволоки применим закон сохранения механической энергии

$$E_{кин} = E_{пот} ,$$

где $E_{кин}$ - кинетическая энергия, которую получает маятник в результате удара пули, $E_{пот}$ - потенциальная энергия упругой деформации проволок при максимальном их закручивании, или подробно

$$\frac{(J + m_1r^2)\omega^2}{2} = \frac{k\varphi^2}{2}, \quad (2)$$

где φ - максимальный угол поворота маятника в результате удара пули, k - коэффициент упругости проволок при кручении.

Из (1) и (2) получаем

$$v^2 = \frac{k\varphi^2(J + m_1 r^2)}{m_1^2 r^2} \quad (3)$$

или, учитывая, что момент инерции пули $m_1 r^2$ много меньше J ,

$$v = \frac{\varphi}{m_1 r} \sqrt{kJ}. \quad (4)$$

Для нахождения момента инерции J и коэффициента упругости проволок k воспользуемся формулой для периода колебаний крутильного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}}, \quad (5)$$

где $J = J_M + 2 J_{ep}$.

Для двух различных положений грузов на коромысле маятника (на максимальном расстоянии от оси или минимальном) имеем:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{k}}; \quad (6)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{k}}. \quad (7)$$

Кроме того, согласно теореме Штейнера

$$J_1 - J_2 = 2m_{ep}(R_1^2 - R_2^2), \quad (8)$$

где m_{ep} - масса каждого груза, R_1 и R_2 - расстояния центров грузов до оси.

Решая совместно уравнения (6), (7), (8), получаем

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot 2m_{\text{эп}}(R_1^2 - R_2^2)}{m_1 r (T_1^2 - T_2^2)}. \quad (9)$$

Окончательный вид формулы (4) зависит от того, при каком положении грузов произведен выстрел. Для случая, когда выстрелы производят при сдвинутых к оси грузах, из (4), (7), (9) имеем

$$v = \frac{4\pi\varphi m_{\text{эп}} T_2 (R_1^2 - R_2^2)}{m_1 r (T_1^2 - T_2^2)}. \quad (10)$$

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная установка состоит из стойки, к которой на упругих проволоках-растяжках прикреплен баллистический крутильный маятник. Схематично вид маятника сверху показан на рис. 1. Он состоит из стержня (коромысла) 1, по которому могут перемещаться два груза (цилиндра) 2, а на концах закреплены коробочки с пластилином (мишени, в которые попадает пуля) 3. На мишенях и самом стержне имеются деления для определения расстояния от оси вращения маятника, а на торце мишени нанесена вертикальная черта, по которой фиксируется угол поворота маятника от положения равновесия. Маятник накрыт прозрачным колпаком 4 с угловой шкалой. 5 – это стойка.

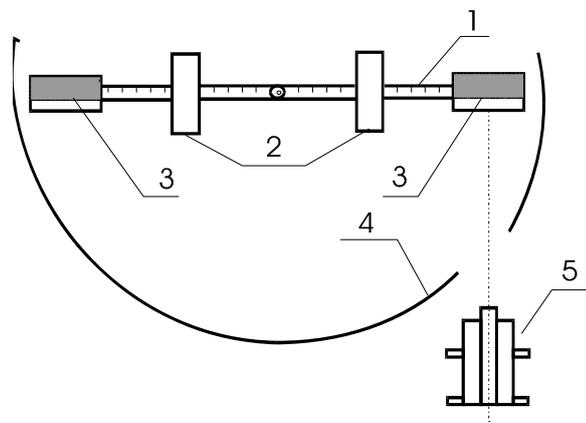


Рис. 1

Сбоку от маятника закреплена пружинная «пушка» 5, представляющая собой кожух с прорезями, внутри которого находится стержень с надетой на него пружиной. «Пушка» имеет две пары ручек - неподвижные и подвижные с захватом для пружины. Пуля - короткий полый цилиндр, надевается на стержень.

ВНИМАНИЕ! Для обеспечения сохранности и работоспособности установки необходимо быть внимательным и аккуратным при передвижении грузов по стержню маятника и удалении пули из пластилина. Чтобы не оборвать растяжки, одной рукой сверху придерживайте маятник.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Технические данные измерительных приборов занести в табл.1.

Таблица 1

Название прибора	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Шкала отсчета углов			
Секундомер			
Шкала на мишени			

4.2. Определение периодов колебаний маятника.

4.2.1. Записать значения масс пули и грузов:

$$m_1 \pm \Delta m_1, m_{гр} \pm \Delta m_{гр}. 4.2.1.$$

4.2.2. Раздвинуть цилиндры на максимальное расстояние от оси R_1 .

4.2.3. Повернуть маятник на небольшой угол (держа за середину) и отпустить, дать ему сделать несколько колебаний и, приняв момент времени, когда отклонение максимально, за $t = 0$,

включить секундомер и отсчитать время десяти ($n = 10$) полных колебаний маятника.

4.2.4. Подсчитать период колебаний маятника $T_1 = t_1 / 10$, данные занести в табл. 2.

4.2.5. Сдвинуть грузы на минимальное расстояние от оси R_2 .

4.2.6. Произвести измерения согласно пунктам 4.2.3 - 4.2.4, определив t_2 и T_2 .

Таблица 2

$R_1 = (90 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ м		$R_2 = (20 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ м	
$t_1 =$	$T_1 =$	$t_2 =$	$T_2 =$

4.3. Определение скорости пули.

4.3.1. Проверить положение грузов на маятнике, расстояние между ними должно быть минимальным.

4.3.2. Размять пластилин в мишени, чтобы он стал мягким, и разровнять его.

4.3.3. Успокоить маятник и замерить по шкале углов положение неподвижного маятника α_0 .

4.3.4. Зарядить «пушку». Для этого сдвинуть подвижные ручки вперед и захватить пружину, повернув их горизонтально, оттянуть назад до щелчка, надеть пулю на стержень. Наклонив ручки по часовой стрелке, произвести выстрел. Измерить угол α , на который повернется маятник после попадания пули. Вычислить угол поворота маятника $\varphi = \alpha - \alpha_0$. Результат занести в табл. 3.

Таблица 3

№	α_0	α	φ	r
---	------------	----------	-----------	-----

п/п				
1				
2				
3				
4				
5				
			$\bar{\varphi} =$	$\bar{r} =$

4.3.5. Измерить расстояние r от центра следа, оставленного пулей в пластине, до оси вращения маятника по шкале на мишени. Занести в табл. 3.

4.3.6. Повторить операции пунктов 4.3.2 - 4.3.5 еще 4 раза, заносая результаты в табл. 3.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

5.1. Вычислить средние значения расстояния \bar{r} и угла отклонения маятника $\bar{\varphi}$. Записать в табл. 3.

5.2. Вычислить среднюю скорость пули \bar{v} по формуле (10), подставляя средние значения $\bar{\varphi} \rightarrow \varphi$ в радианах ($1^\circ = 17,45 \cdot 10^{-3}$ рад) и $\bar{r} \rightarrow r$ в м.

5.3. Рассчитать относительную погрешность вычисления скорости

$$\varepsilon = \frac{\Delta v}{\bar{v}} = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_{2p}}{m_{2p}} + \frac{\Delta \varphi}{\varphi} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{2\Delta R}{R_1 - R_2} + \frac{\Delta T}{T_2} + \frac{2\Delta T}{T_1 - T_2} = ,$$

где $\Delta T = \frac{\Delta t}{10}$, Δt , $\Delta \varphi$, Δr – приборные погрешности (см. табл. 1).

Вычислить абсолютную погрешность

$$\Delta v = \bar{v} \varepsilon = \quad \text{м/с} .$$

Округлить значение абсолютной погрешности до одной значащей цифры.

5.4. Записать окончательный результат, округлив полученное значение \bar{v} до разряда абсолютной погрешности, в виде

$$v = (\bar{v} \pm \Delta v) \text{ м/с}.$$

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ I КОМПЛЕКТ

1. Какие системы называются замкнутыми, и каким законам они подчиняются?
2. Что такое момент инерции? Как он находится для системы материальных точек и твердых тел? Теорема Штейнера.
3. Что называется потенциальной энергией? Какими свойствами она обладает? О какой потенциальной энергии идет речь в данной работе?

II КОМПЛЕКТ

1. Что называется центральным и осевым моментами импульса? Как направлен центральный момент импульса? Когда момент импульса остается постоянным?
2. Что изменится, если выстрелы производить при максимально удаленных от оси грузах?
3. Как зависит момент инерции маятника от положения добавочных грузов? Вывести формулу для определения скорости пули, если выстрел производится при максимально удаленных от оси грузах.

III КОМПЛЕКТ

1. Какие законы сохранения и в каком виде используются в данной работе? Обосновать возможность их применения.

2. Что характеризует кинетическая энергия? Как она вычисляется при поступательном и вращательном движениях твердого тела?
3. Как найти момент инерции тела произвольной формы относительно произвольной оси?

IV КОМПЛЕКТ

1. Какие системы называются незамкнутыми? В каких случаях можно применять закон сохранения момента импульса к незамкнутым системам?
2. Дать определение абсолютно упругого и неупругого ударов. Привести примеры их практического использования.
3. Используя формулы (6) и (9), вычислите момент инерции маятника с раздвинутыми грузами.

V КОМПЛЕКТ

1. Закон сохранения полной энергии и условия его применения.
2. Сделайте подробный вывод формулы (9), найдите коэффициент упругости проволок при кручении k .
3. Момент силы, его модуль, направление, единицы измерения.

VI КОМПЛЕКТ

1. Какой удар называется абсолютно упругим? Какие законы сохранения для него выполняются?
2. Используя теорему Штейнера, выведите формулу (8).
3. Дать определение момента инерции системы материальных точек и твердого тела.

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания ст. преп. Т.А. Тимофеева.

Лабораторная работа №3 - М
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
НА ПРИБОРЕ ОБЕРБЕКА

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Вращательное движение является, пожалуй, самым распространенным видом движения в современной технике. Энергия тепловых и электрических двигателей поступает на исполнительные органы различных машин чаще всего в форме кинетической энергии вращательного движения. Можно не только передавать, но и накапливать, и хранить энергию, приводя во вращение массивные маховики.

1.2. Настоящая работа посвящена экспериментальному ознакомлению с законом динамики вращательного движения и включает в себя определение момента инерции маятника Обербека.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Вращательное движение твердого тела может осуществляться вокруг неподвижной оси или вокруг точки (см. приложение). Простое вращательное движение – движение твердого тела, при котором все его точки, двигаясь в параллельных плоскостях, описывают окружности с центрами, лежащими на одной неподвижной прямой, называемой осью вращения. Тело, совершающее вращательное движение вокруг неподвижной оси, имеет одну степень свободы, и его положение определяется углом поворота φ относительно некоторого фиксированного положения, принятого за начальное. Малое угловое перемещение определяется векторами $\Delta\vec{\varphi}$ или $d\vec{\varphi}$, направленными по оси вращения по правилу правого винта (в ту сторону, откуда поворот тела виден против хода часовой стрелки). Вращательное движение задается уравнением $\varphi = \varphi(t)$. Угловое перемещение измеряется в радианах.

2.2. Основные кинематические характеристики вращательного движения тела – его угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\beta}$. Угловой скоростью называется векторная величина, характеризующая быстроту вращения твердого тела. Угловая скорость равна производной угла поворота по времени $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.

Единицы измерения угловой скорости – с^{-1} .

Угловое ускорение – векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости. При вращении тела вокруг неподвижной оси $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$. Вектор углового ускорения $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в сторону вектора $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении ($\vec{\beta} \uparrow \vec{\omega}$) и противоположно вектору $\vec{\omega}$ – при замедленном ($\vec{\beta} \downarrow \vec{\omega}$).

При постоянном значении углового ускорения $\beta = \text{const}$ тело совершает равнопеременное вращательное движение

$$\omega(t) = \omega_0 \pm \beta t; \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \beta t^2/2. \quad (1)$$

Единицы измерения углового ускорения – с^{-2} .

2.3. Основными динамическими характеристиками простого вращательного движения тела являются его момент импульса относительно оси вращения $L_z = J_z \omega$ ($\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$) и кинетическая энергия $W = \frac{J_z \omega^2}{2}$ (Дж), где J_z – осевой момент инерции тела.

Момент инерции – физическая величина, являющаяся мерой инертности тела при вращательном движении. Значение осевого момента инерции тела относительно оси Z вычисляется по формуле

$$J_z = \sum m_i R_i^2 \quad \text{или} \quad J_z = \int_m R^2 dm = \int_V \rho R^2 dV, \quad (2)$$

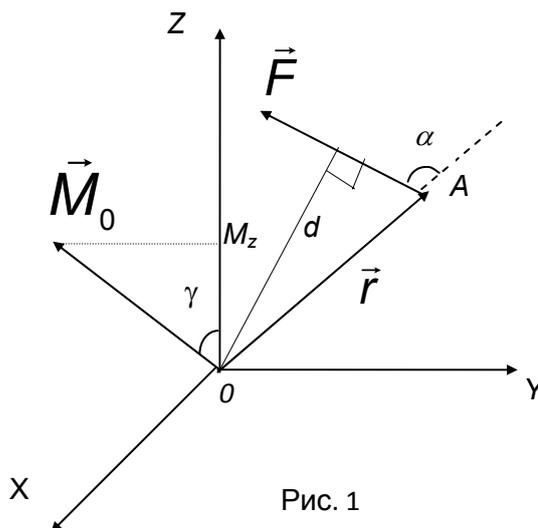
где m_i – массы материальных точек, на которые разбивается тело, R_i – их расстояния от оси Z ; m – масса, ρ – плотность, V – объем тела. Единицы измерения момента инерции – $\text{кг}\cdot\text{м}^2$.

Одно и то же тело относительно разных осей обладает различными моментами инерции. Согласно теореме Гюйгенса (ее также называют теоремой Штейнера) момент инерции J_z тела относительно произвольной оси равен сумме его момента инерции J_{Oz} относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния a между осями

$$J_z = J_{Oz} + ma^2. \quad (3)$$

Выражение (2) позволяет сравнительно легко рассчитать моменты инерции тел правильной геометрической формы (например, стержня, диска, обруча, шара). Момент инерции тел сложной конфигурации обычно определяют экспериментально.

2.4. Основной мерой взаимодействия тел в механике является сила. Момент силы – величина, характеризующая вращательный эффект силы при действии ее на твердое тело. Моментом силы относительно центра O называется векторная величина \vec{M}_0 , равная векторному произведению радиус-вектора \vec{r} , проведенного из O в точку приложения силы \vec{F} , на вектор силы $\vec{M}_0 = [\vec{r} \times \vec{F}]$ (рис. 1).



Численно момент силы равен произведению модулей r и F на синус наименьшего угла между векторами \vec{r} и \vec{F} : $M_0 = r \cdot F \cdot \sin \alpha$; или произведению модуля силы F на плечо d , т.е. на длину перпендикуляра, опущенного из O на линию действия силы $M_0 = F \cdot d$.

Направлен вектор \vec{M}_0 перпендикулярно плоскости, проходящей через точку O и вектор силы \vec{F} , по правилу правого винта.

Осевым моментом силы относительно оси Z M_z называется проекция на эту ось вектора момента силы относительно центра O : $M_z = M_0 \cos \gamma$. Силы, линии действия которых пересекают ось вращения, непосредственно не влияют на вращение: их плечо в этом случае равно 0. Единицы измерения момента силы – Н·м.

2.5. Основной закон динамики вращательного движения (уравнение моментов) гласит: производная момента импульса тела по времени равна векторной сумме моментов внешних сил

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}_i, \quad (4)$$

Уравнение моментов для вращения тела вокруг неподвижной оси имеет вид

$$J_z \beta = \sum M_{iz}. \quad (5)$$

Основной закон динамики простого вращательного движения: угловое ускорение тела β прямо пропорционально суммарному осевому моменту внешних сил и обратно пропорционально осевому моменту инерции тела

$$\beta = \frac{\sum M_{iz}}{J_z}. \quad (6)$$

Вектор углового ускорения направлен по оси вращения в положительную сторону, если проекция на эту ось момента внешних сил положительна, и наоборот, если проекция момента отрицательна.

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Вращательное движение в данной работе изучается с помощью крестообразного маховика, называемого маятником Обербека, изображенного на рис. 2. Он состоит из четырех стержней и двух шкивов различного радиуса r_1 и r_2 , укрепленных на одной горизонтальной оси. По стержням могут перемещаться и закрепляться с помощью винтов в нужном положении четыре цилиндра одинаковой массы $m_{ц}$. На один из шкивов наматывается нить с грузом m на свободном конце.

3.2. На груз m действует сила тяжести mg , натяжение нити T и сила сопротивления воздуха, которой можно пренебречь. Уравнение движения груза в проекции на вертикальную ось, направленную вниз, имеет вид

$$ma = mg - T. \quad (7)$$

3.3. При движении груза m момент силы натяжения нити относительно горизонтальной оси Z , равный $M_z = r \cdot T$, приводит маховик во вращение. Используя разные шкивы и грузы, можно изменять момент силы натяжения нити. Момент силы трения в оси благодаря применению подшипников и смазки мал, и им можно пренебречь. Уравнение моментов для маятника примет вид

$$J\beta = rT. \quad (8)$$

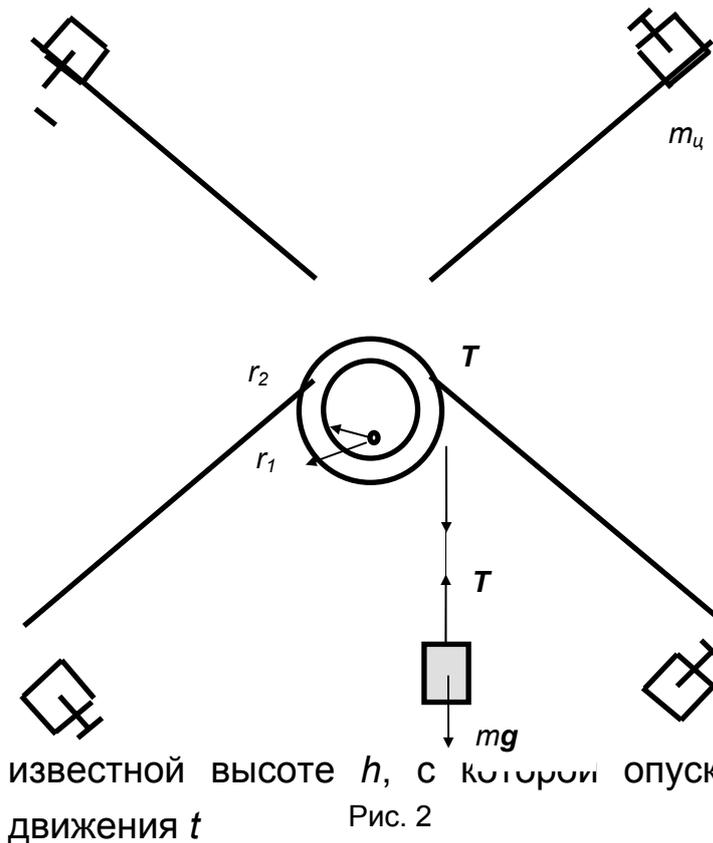


Рис. 2

3.4. Угловое ускорение маховика β , если считать, что растяжение нити пренебрежимо мало и нить не проскальзывает по шкиву, связано с линейным ускорением a груза m

$$a = \beta r. \quad (9)$$

3.5. Ускорение груза может быть определено экспериментально по

известной высоте h , с которой опускается груз, и времени его движения t

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (10)$$

3.6. Решая систему уравнений (7), (8), (9), (10), можем определить значение момента инерции маятника

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (11)$$

3.7. В лабораторной установке высота $h \cong 1$ м, время $t \cong 10$ с, поэтому значение $\frac{gt^2}{2h} \gg 1$ и в формуле (12) можно пренебречь вторым слагаемым в скобках и провести вычисления момента инерции по приближенной формуле

$$J = \frac{mr^2 gt^2}{2h}. \quad (12)$$

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Внести данные о лабораторной установке в табл. 1.

Таблица 1

Приборы	Пределы измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Линейка			
Секундомер			

4.2. Закрепить с помощью зажимных винтов цилиндры на концах стержней. Расстояние между центрами цилиндров, находящихся на противоположных концах стержней, $2L_1$ указано на установке. Значения $2L_1$, радиуса бóльшего шкива r , массы груза m , массы каждого цилиндра m_u занести в табл. 2.

$$r = (\pm) \text{ м}; m = (\pm) \text{ кг}; h = (\pm) \text{ м}; m_u = (\pm) \text{ кг};$$

$$2L_1 = (\pm) \text{ м}; \quad 2L_2 = (\pm) \text{ м}. \quad \text{Таблица 2}$$

№ п/п	$t_{i1}, \text{ с}$	$\Delta t_{i1} = t_1 - t_{i1} , \text{ с}$	$\Delta t_{i1}^2, \text{ с}^2$	$t_{i2}, \text{ с}$	$\Delta t_{i2} = t_2 - t_{i2} , \text{ с}$	$\Delta t_{i2}^2, \text{ с}^2$
1						
2						
3						
4						
5						

$$\bar{t}_1 = \frac{\sum t_{i1}}{n} = \quad \sum \Delta t_{i1}^2 = \quad \bar{t}_2 = \frac{\sum t_{i2}}{n} = \quad \sum \Delta t_{i2}^2 =$$

4.3. Подвесить груз к нити. Слегка натягивая, намотать нить в один слой на бóльший шкив. Придерживая крестовину, измерить масштабной линейкой, приклеенной к стене, начальную высоту груза над полом h и занести ее величину в табл. 2.

4.4. Отпустить крестовину и включить секундомер в момент начала вращения маятника. Остановить секундомер при ударе груза об пол. Значение времени t_1 занести в табл. 2.

4.5. Повторить измерение времени движения груза с одной и той же высоты еще 4 раза и занести результаты в табл. 2.

4.6. Закрепить цилиндры с помощью зажимных винтов на минимальном расстоянии от оси вращения. Расстояние между центрами цилиндров $2L_2$ занести в правую половину табл. 2.

4.7. Провести измерения времени движения t_2 при новом положении цилиндров на стержнях 5 раз и занести результаты в правую половину табл. 2.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Определить средние значения времени движения груза \bar{t}_1 и \bar{t}_2 . Полученные значения занести в табл. 2.

5.2. Используя данные табл. 2 и формулу (12), рассчитать моменты инерции маятника с цилиндрами

$$J_1 = \frac{mgr^2\bar{t}_1^2}{2h} = \quad (\text{кг}\cdot\text{м}^2); \quad J_2 = \frac{mgr^2\bar{t}_2^2}{2h} = \quad (\text{кг}\cdot\text{м}^2).$$

5.3. Рассчитать абсолютные погрешности измерений времени $\Delta t_i = |\bar{t} - t_i|$, их квадраты Δt_i^2 и средние квадратичные погрешности

$$S_{t1} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_{i1}^2}{n(n-1)}} = \quad ; \quad S_{t2} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_{i2}^2}{n(n-1)}} = \quad .$$

5.4. Определить абсолютные случайные погрешности

$$\Delta t_{сл1} = S_{t1} \cdot \tau_\alpha(n) = \quad ; \quad \Delta t_{сл2} = S_{t2} \cdot \tau_\alpha(n) = \quad .$$

Коэффициент Стьюдента $\tau_\alpha(n)$ при $\alpha = 0,9$ и $n = 5$ взять из таблицы, вывешенной в лаборатории.

5.5. Сравнить значения приборной и случайной погрешностей $\Delta t_{приб}$ и $\Delta t_{сл}$. Если они существенно (на порядок) различаются, то

учесть бóльшую из них; если они одного порядка, то абсолютная ошибка измерения времени равна их сумме

$$\Delta t = \Delta t_{\text{приб}} + \Delta t_{\text{сл.}}$$

Округлить абсолютную ошибку до одной значащей цифры.

5.6. Рассчитать относительную погрешность в определении моментов инерции для двух случаев расположения цилиндров по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta h}{h}, \quad (15)$$

подставляя в нее приборные погрешности для величин m , r , h , указанные на установке, и рассчитанные в пункте 5.5 значения Δt_1 и Δt_2 . Округлить относительные погрешности ε_1 и ε_2 до двух значащих цифр.

5.7. По полученным значениям ε_1 и ε_2 рассчитать величины абсолютных ошибок ΔJ_1 и ΔJ_2 в определении момента инерции

$$\Delta J_1 = \varepsilon_1 \bar{J}_1 = \quad \quad \quad \text{и} \quad \Delta J_2 = \varepsilon_2 \bar{J}_2 = \quad \quad \quad .$$

Округлить ΔJ_1 и ΔJ_2 до одной значащей цифры, а значения \bar{J}_1 и \bar{J}_2 до разряда их абсолютных ошибок.

5.8. Записать результаты расчетов для обоих случаев в виде

$$J = (\bar{J} \pm \Delta J) \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

5.9. Сравнить значения \bar{J}_1 и \bar{J}_2 и обосновать их различие.

5.10. Убедиться в справедливости теоремы Гюйгенса (Штейнера)

$$J_1 = J_{\text{маятника}} + 4 J_0 + 4 m_{\text{ц}} L_1^2;$$

$$J_2 = J_{\text{маятника}} + 4 J_0 + 4 m_{\text{ц}} L_2^2;$$

$$J_1 - J_2 = 4 m_{\text{ц}} (L_1^2 - L_2^2),$$

где J_0 - момент инерции каждого из цилиндров относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси маятника.

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

I КОМПЛЕКТ

1. Дайте определение вращательного движения.
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов обруча, скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите ускорение его центра масс.
3. Рассчитайте момент инерции сплошного цилиндра массой m , радиусом r относительно оси симметрии цилиндра.

II КОМПЛЕКТ

1. Назовите кинематические характеристики вращательного движения, их определения, единицы измерения, связь с аналогичными характеристиками поступательного движения.
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов диска массой m , скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите величину силы трения сцепления диска с поверхностью наклонной плоскости.
3. Рассчитайте момент инерции стержня массой m , длиной L относительно перпендикулярной ему оси, проходящей через его конец.

III КОМПЛЕКТ

1. Назовите динамические параметры вращательного движения, их определения, единицы измерения, связь с аналогичными параметрами поступательного движения.
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов шара, скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите ускорение его центра масс.
3. Приведите расчет момента инерции обруча массой m , радиусом r относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча и проходящей через его край.

IV КОМПЛЕКТ

1. Дайте определение момента силы, назовите единицы его измерения.
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов обруча массой m , скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите величину силы трения сцепления обруча с поверхностью наклонной плоскости.
3. Рассчитайте момент инерции стержня массой m , длиной L относительно перпендикулярной ему оси, проходящей через его центр масс.

V КОМПЛЕКТ

1. Дайте определение осевого момента инерции, приведите примеры его значений для различных тел.
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов для цилиндра, скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите ускорение его центра масс.
3. Рассчитайте момент инерции шара массой m , радиусом r относительно оси, проходящей через его центр масс.

VI КОМПЛЕКТ

1. Дайте определение главных, центральных главных и свободных осей инерции тела. В каких случаях вращение тела устойчиво?
2. Запишите уравнение движения и уравнение моментов для шара массой m , скатывающегося без проскальзывания с наклонной плоскости с углом α . Определите величину силы трения сцепления шара с поверхностью наклонной плоскости.
3. Сформулируйте теорему Гюйгенса (Штейнера). Рассчитайте момент инерции диска массой m , радиусом r относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его край.

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

2. Матвеев, А.Н. Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев
- М.: Высшая школа, 1986.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Общее вращательное движение – движение твердого тела, имеющего одну неподвижную точку O (например, движение гироскопа, закрепленного в кардановом подвесе). Каждая из точек тела перемещается по поверхности сферы с центром в точке O . Вращательное движение тела вокруг точки складывается из серии элементарных поворотов вокруг мгновенных осей вращения, проходящих через эту точку. Мгновенная ось вращения непрерывно изменяет свое положение как по отношению к системе отсчета, в которой рассматривается движение тела, так и в самом теле. Тело с неподвижной точкой имеет три степени свободы, и его положение по отношению к данной системе отсчета определяется тремя параметрами, например углами Эйлера φ - угол собственного вращения, ψ - угол прецессии, θ - угол нутации. Закон движения задается уравнениями $\varphi = \varphi(t)$; $\psi = \psi(t)$; $\theta = \theta(t)$.

При вращении тела вокруг неподвижной точки вектор углового ускорения определяется как первая производная от вектора мгновенной угловой скорости по времени $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Момент инерции является мерой инертности тела при общем вращательном движении, он зависит от распределения масс в теле и расположения оси вращения. Осевые моменты инерции тела относительно точки O определяются формулами

$$J_{xx} = \sum m_i (r_i^2 - x_i^2), \quad J_{yy} = \sum m_i (r_i^2 - y_i^2), \quad J_{zz} = \sum m_i (r_i^2 - z_i^2), \quad (13)$$

где m_i – массы материальных точек, на которые разбивается тело, r_i , x_i , y_i , z_i – их радиусы-векторы и координаты. Центробежными моментами инерции называются величины, определяемые формулами

$$J_{xy} = J_{yx} = -\sum m_i x_i y_i, \quad J_{yz} = J_{zy} = -\sum m_i y_i z_i, \quad J_{zx} = J_{xz} = -\sum m_i z_i x_i. \quad (14)$$

Эти величины являются характеристиками динамической неуравновешенности масс. Например, при вращении тела вокруг оси Z от значений J_{xz} и J_{yz} зависят силы давления на подшипники, в которых закреплена ось.

Зная шесть величин J_{xx} , J_{yy} , J_{zz} , J_{xy} , J_{yz} , J_{zx} , можно вычислить всю совокупность моментов инерции тела относительно любых осей. Эти шесть величин определяют тензор инерции тела

$$\begin{vmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{vmatrix}.$$

Через каждую точку тела можно провести три такие взаимно перпендикулярные оси, называемые главными осями инерции, для которых центробежные моменты инерции равны нулю: $J_{xy} = J_{yz} = J_{zx} = 0$. Тензор инерции в этих осях приобретает диагональный вид

$$\begin{vmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{vmatrix}.$$

Величины J_x , J_y , J_z называют главными осевыми моментами инерции. Главные оси инерции, проходящие через центр масс тела, называются главными центральными осями инерции. Если твердое тело приведено во вращение вокруг оси, которая в данной точке является главной осью инерции, то тело при отсутствии внешних сил будет продолжать вращаться вокруг этой оси, как вокруг неподвижной. Свободное вращение твердого тела возможно лишь вокруг центральных главных осей. Центральные главные оси инерции тела называются свободными осями. Моменты инерции относительно этих осей, вообще говоря, различны. Вращение тела будет устойчивым только относительно центральной главной оси с максимальным или минимальным моментом инерции. Вращение

вокруг центральной главной оси со средним моментом инерции неустойчиво. При небольшом случайном отклонении оси вращения от этого направления возникают силы, увеличивающие это отклонение.

Свойство свободных осей сохранять свое положение в пространстве широко применяется в технике.

Автор описания доц. И.А. Авенариус.

Лабораторная работа №4-М
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
НА ЭЛЕКТРИФИЦИРОВАННОМ ПРИБОРЕ ОБЕРБЕКА

2. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена экспериментальному ознакомлению с законом динамики вращательного движения и включает в себя определение момента инерции маятника Обербека.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, см. в работе №3М

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. На рис. 1 приведена блок-схема установки с автоматической регистрацией времени движения шарика. Вращающимся телом является крестообразный маховик, называемый маятником Обербека. Маховик имеет два шкива радиусами r_1 и r_2 . Нить 2 с грузом массой m , представляющим собой стальной шарик 1 на свободном конце, перекинута через блок 3 и другим концом закреплена на шкиве.

Электромагнит 5, укрепленный на кронштейне у верхнего конца вертикальной штанги 6, используется для установки шарика в исходное (верхнее) положение. Ограничитель служит для предотвращения перелета шарика через блок в случае слишком быстрого вращения маховика при приближении поднимаемого шарика к электромагниту.

Переводом выключателя в положение "ВКЛ" замыкают цепь питания обмотки электромагнита ~220 В. Шарик, будучи поднят на высоту электромагнита, притягивается к его сердечнику 5.

Переводом выключателя в положение "ВЫКЛ" обмотка электромагнита обесточивается и его сердечник отпускает шарик-груз m . Момент силы натяжения нити приводит маховик во вращение. Опускающийся шарик, пересекая луч верхнего фотодатчика, запускает счетчик-секундомер, который автоматически регистрирует время движения шарика t на рабочем участке h_2 вертикальной штанги, ограниченном верхним и нижним фотодатчиками. При дальнейшем движении шарик опускается в корзину 7. Можно обойтись и без электромагнита, просто придерживая маятник рукой, а время t измерить ручным секундомером или таймером мобильного телефона.

3.2. На груз m действует сила тяжести mg , сила натяжения нити T и сила сопротивления воздуха, которой можно пренебречь. Под действием этих сил груз движется согласно второму закону Ньютона с ускорением a

$$mg - T = ma. \quad (1)$$

3.3. При движении от электромагнита до первого фотодатчика груз проходит с постоянным ускорением a расстояние h_1 за время

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{a}}. \quad (2)$$

Если второй фотодатчик расположить на расстоянии $H=h_1+h_2=4h_1$ от электромагнита, то груз пройдет это расстояние за время

$$2t = \sqrt{\frac{2H}{a}} = 2\sqrt{\frac{2h_1}{a}}. \quad (3)$$

Расстояние между фотодатчиками h_2 груз проходит за то же самое время t , которое и зафиксирует счетчик-секундомер.

3.4. На маховик маятника действует сила натяжения нити T , которая сообщает ему вращающий момент $M = rT$, где r - радиус шкива. Под действием момента силы натяжения нити маятник

вращается с угловым ускорением β , определяемым основным законом динамики простого вращательного движения

$$M = J\beta . \quad (4)$$

3.5. Линейное ускорение груза a и угловое ускорение маятника β можно выразить через h_1 или H

$$a = \frac{2h_1}{t^2} = \frac{H}{2t^2} ; \quad (5)$$

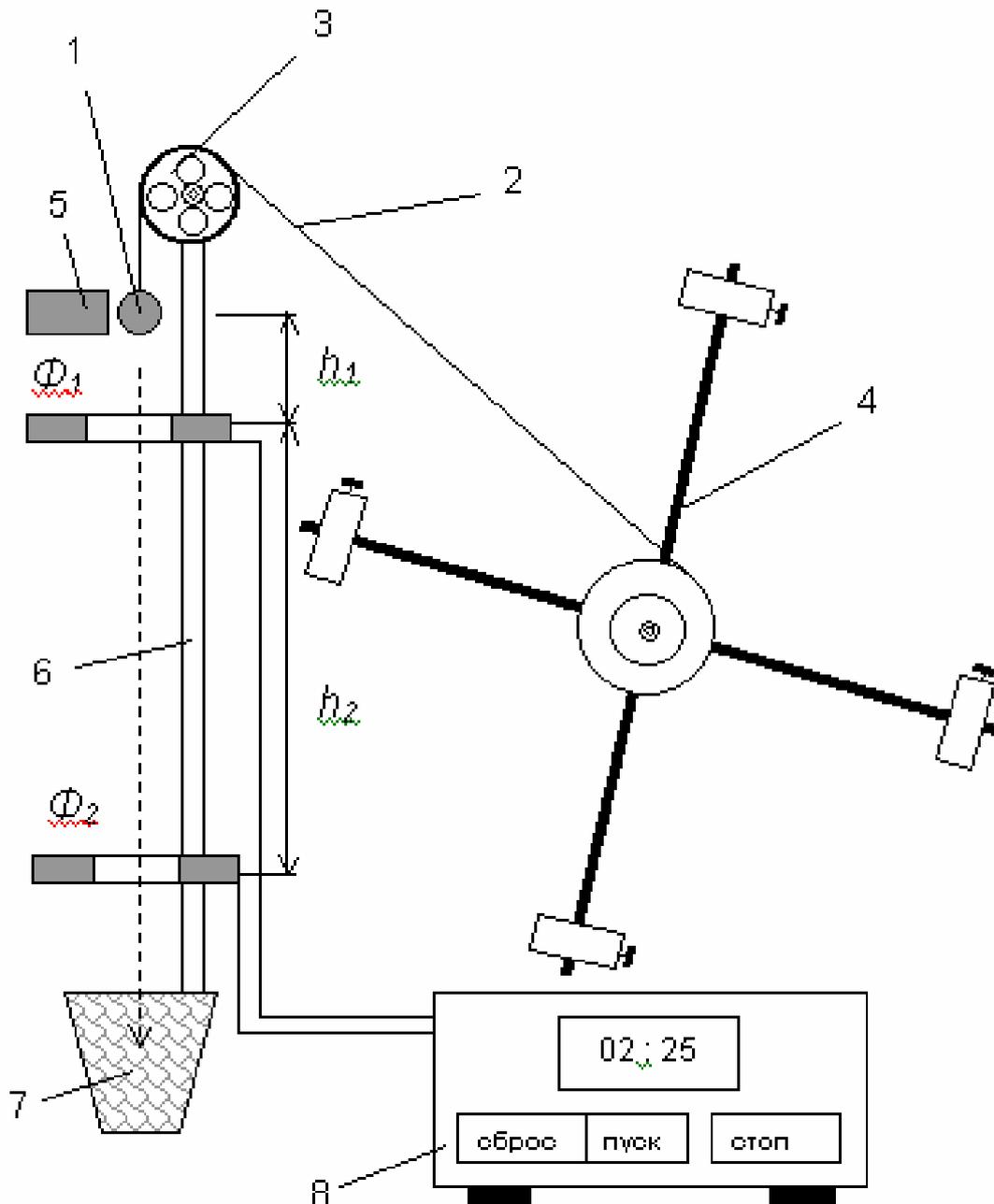


Рис. 1

$$\beta = \frac{a}{r} = \frac{2h_1}{rt^2} = \frac{H}{2rt^2}. \quad (6)$$

3.6. Движение груза на данной установке осуществляется с небольшим ускорением $a \ll g$. Поэтому вычисляемую из уравнения (1) силу натяжения нити $T = mg - ma$ можно считать приблизительно равной силе тяжести груза, тогда момент силы натяжения равен

$$M = mgr . \quad (7)$$

3.7. Из основного закона динамики простого вращательного движения, зная β и M , можно рассчитать момент инерции маятника

$$J = \frac{M}{\beta} . \quad (8)$$

Подставив в это выражение значения углового ускорения (6) и момента силы (7), получим расчетную формулу

$$J = \frac{2mgr^2t^2}{H} . \quad (9)$$

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Внести данные о лабораторной установке в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Счетчик-секундомер			

Записать значения массы груза, радиуса шкива $m \pm \Delta m$, $r \pm \Delta r$.

4.2. Закрепить цилиндры маятника на максимальном расстоянии от оси вращения, записать значение $2L_1$ в табл. 2.

4.3. Включить в сеть счетчик-секундомер и нажать клавишу “СЕТЬ” на его передней панели.

Включить в сеть ~ 220 В питание обмотки электромагнита 5. Переводом выключателя в положение “ВКЛ” включить электромагнит.

4.4. Осторожным вращением вручную маховика намотать нить на шкив большего радиуса, поднимая при этом груз до уровня сердечника, пока шарик не притянется к нему.

4.5. Нажатием клавиши “СТОП” на передней панели остановить счетчик-секундомер. Нажатием клавиши “СБРОС” установить на индикаторном табло 000 (нули).

4.6. Переводом выключателя в положение “ВЫКЛ” выключить электромагнит – груз начинает опускаться. Когда груз пересекает луч первого (верхнего) фотодатчика, счетчик-секундомер включается; когда груз пересекает луч второго (нижнего) фотодатчика, счетчик-секундомер выключается.

Значение времени движения груза t_1 , зафиксированное на цифровом табло, занести в левую половину табл.2.

4.7. Операции пунктов 4.4-4.6 повторить еще 4 раза, записав в табл.2 значения времени t_1 .

4.8. Закрепить цилиндры маятника на минимальном расстоянии от оси вращения, записав значение $2L_2$ в табл. 2.

Повторить операции пунктов 4.4-4.7, записав в правую половину табл.2 значения 5 измерений времени движения груза t_2 .

Таблица 2

№ п/п	$2L_1 = (\quad \pm \quad)\text{м}$			$2L_2 = (\quad \pm \quad)\text{м}$		
	t_{i1}	Δt_{i1}	Δt_{i1}^2	t_{i2}	Δt_{i2}	Δt_{i2}^2
1						
2						
3						
4						

5						
	$\bar{t}_1 =$	$\sum \Delta t_{i1}^2 =$		$\bar{t}_2 =$	$\sum \Delta t_{i2}^2 =$	

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Определить средние значения времени \bar{t}_1 и \bar{t}_2 для расстояний $2L_1$ и $2L_2$, полученные данные занести в табл.2.

5.2. Используя данные табл. 2 и формулу (9), рассчитать средние значения момента инерции маятника с грузами для расстояний $2L_1, 2L_2$

$$\bar{J}_1 = \frac{2mgr^2\bar{t}_1^2}{H} = \quad ;$$

$$\bar{J}_2 = \frac{2mgr^2\bar{t}_2^2}{H} = \quad .$$

5.3. Рассчитать абсолютные погрешности в измерении времени Δt_i , их квадраты Δt_i^2 и средние квадратичные погрешности S_t

$$S_{t1} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_{i1}^2}{n(n-1)}} = \quad ,$$

$$S_{t2} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_{i2}^2}{n(n-1)}} = \quad .$$

5.4. Определить абсолютные случайные погрешности измерений времени для t_1 и t_2 , с учетом коэффициента Стьюдента $\tau_\alpha(n)$ при коэффициенте надежности $\alpha = 0,9$ и числе измерений $n=5$. Коэффициент Стьюдента взять из таблицы, вывешенной в лаборатории.

$$\Delta t_{сл.1} = S_{t1} \cdot \tau_\alpha(n) = \quad ;$$

$$\Delta t_{сл.2} = S_{t2} \cdot \tau_{\alpha}(n) =$$

Абсолютная ошибка в определении времени находится как сумма случайной и приборной погрешностей

$$\Delta t_1 = \Delta t_{приб.} + \Delta t_{сл.1} =$$

$$\Delta t_2 = \Delta t_{приб.} + \Delta t_{сл.2} =$$

5.5. Рассчитать относительные погрешности в определении моментов инерции по формулам

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta J_1}{J_1} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta t_1}{t_1} =$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta J_2}{J_2} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\Delta t_1}{t_1} =$$

подставляя в нее приборные погрешности для величин m и r .

5.6. По полученным значениям ε_1 и ε_2 определить величины абсолютных ошибок ΔJ_1 и ΔJ_2 в измерении моментов инерции

$$\Delta J_1 = \varepsilon_1 \cdot \bar{J}_1 =$$

$$\Delta J_2 = \varepsilon_2 \cdot \bar{J}_2 =$$

Округлить ΔJ_1 и ΔJ_2 до одной значащей цифры, а значения \bar{J}_1 и \bar{J}_2 до разряда погрешности.

5.7. Записать результаты в виде

$$J_1 = (\bar{J}_1 \pm \Delta J_1) = \text{кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$J_2 = (\bar{J}_2 \pm \Delta J_2) = \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

5.8. Сравнить значения \bar{J}_1 и \bar{J}_2 и обосновать их различие.

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

I КОМПЛЕКТ

1. Основной закон динамики вращательного движения.
2. Рассчитать теоретически момент инерции крестовины массой M , длиной L , с массой каждого груза $m_{ц}$.
3. Какие физические величины изменятся и как, если массу опускающегося груза увеличить в 2 раза ?

II КОМПЛЕКТ

1. Момент импульса, определение, свойства.
2. Оценить момент импульса маятника Обербека через t секунд после начала движения.
3. Какие физические величины изменятся и как, если нить с грузом намотать на меньший в 2 раза шкив?

III КОМПЛЕКТ

1. Момент инерции, определение, свойства.
2. Рассчитать момент инерции кольца массой m , радиусом R относительно оси, проходящей через край кольца перпендикулярно его плоскости.
3. Написать уравнения динамики для маятника Обербека и решить эту систему.

IV КОМПЛЕКТ

1. Вектор углового перемещения. Угловая скорость.
2. Диск массой M , радиусом R катится без проскальзывания по плоскости со скоростью V . Оценить его кинетическую энергию.
3. Рассчитать момент инерции стержня массой m , длиной L относительно оси, проходящей на расстоянии $L/3$ от одного из его концов перпендикулярно стержню.

V КОМПЛЕКТ

1. Основной закон динамики вращательного движения.
2. Рассчитать момент инерции диска массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через край диска перпендику-

лярно диску.

3. Кольцо массой m , радиусом R скатилось с наклонной плоскости высотой H . Найти его линейную скорость.

VI КОМПЛЕКТ

1. Главные оси и главные моменты инерции.
2. Стержень массой m и длиной L вращается с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр перпендикулярно стержню. Найти его импульс, момент импульса и кинетическую энергию.
3. Во сколько раз изменится момент инерции шара, если ось вращения перенести на расстояние $3R$ от центра?

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания доц. Г.К. Ипполитова.

Лабораторная работа №5 - М.

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

В настоящей работе динамика вращательного движения изучается с помощью маятника Обербека. Введение, основные понятия и описание маятника см. в работе №3-М пункты 1 и 2.

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Установка состоит из маятника Обербека, миллисекундомера, источника питания, двух фотодатчиков и тормозного устройства, предназначенного для удерживания системы с грузом в неподвижном состоянии. Упрощенная схема установки показана на рис. 1.

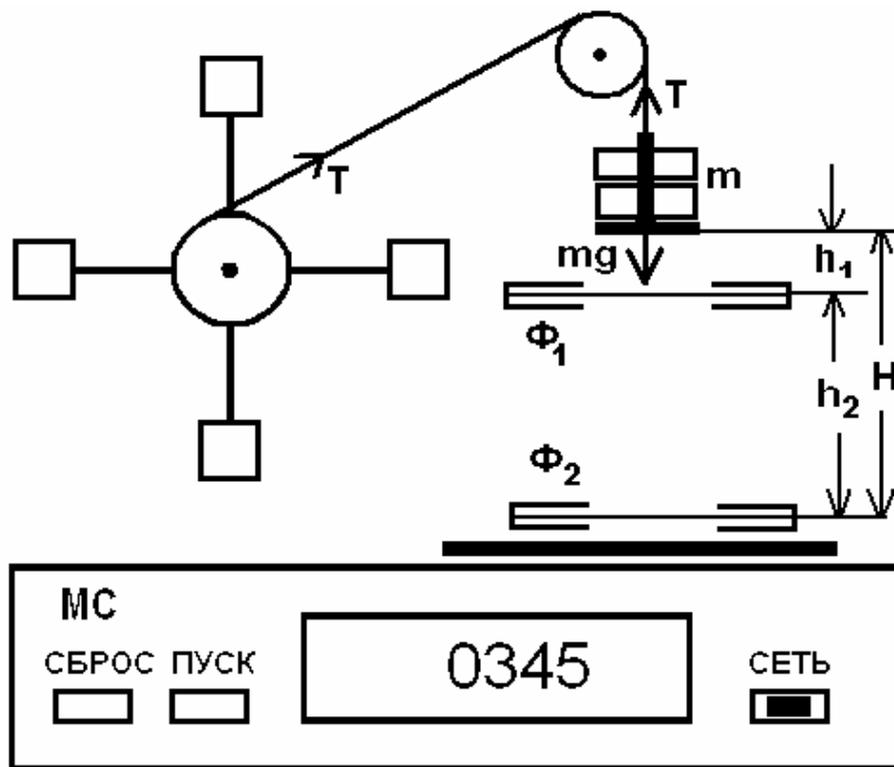


Рис. 1

3.2. На груз m действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{T} и сила сопротивления воздуха, которой можно пренебречь. Уравнение движения груза в проекции на вертикальную ось имеет

вид

$$ma = mg - T . \quad (1)$$

Двигаясь без начальной скорости с постоянным ускорением a , груз пересекает лучи фотодатчиков Φ_1 и Φ_2 в моменты времени t_1 и t_2 соответственно (см. рис. 1). Известно, что при равноускоренном движении из состояния покоя тело за последовательные равные промежутки времени проходит отрезки пути, относящиеся как нечетные числа 1:3:5:... Следовательно, если выбрать $h_2 = 3h_1$, то $t_2 = 2t_1$ и груз проходит расстояние h_2 между датчиками за такое же время $t = t_1$, как и от верхней точки пути до первого датчика.

В лабораторной работе выбрано именно это отношение $h_2/h_1 = 3$, тогда ускорение a можно выразить через t и h_1 или H

$$a = \frac{2h_1}{t^2} = \frac{H}{2t^2} , \quad (2)$$

где $H = h_1 + h_2$ высота, с которой опускается груз.

3.3. На шкив маятника действует сила натяжения нити T , момент силы которой M равен

$$M = r \cdot T , \quad (3)$$

где r - радиус шкива. Из основного закона динамики простого вращательного движения

$$J \cdot \beta = M , \quad (4)$$

где J – момент инерции маятника Обербека, найдем угловое ускорение β , связанное с линейным соотношением $a = \beta r$.

Решая совместно (1), (3) и (4), получим

$$a = \frac{mg}{m + J/r^2} = \frac{g}{1 + J/mr^2} , \quad (5)$$

что при $a \ll g$ дает

$$a = \frac{mr^2}{J} g . \quad (6)$$

Отсюда и из формулы (2)

$$J = \frac{2mgr^2t^2}{H} . \quad (7)$$

3.4. Эксперимент заключается в измерении времени

движения t между двумя фотодатчиками для грузов с различной массой. Последующая обработка результатов позволяет рассчитать момент инерции маятника Обербека.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Внести данные измерительных приборов в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Миллисекундомер			
Линейка			

4.2. Записать необходимые для расчетов значения H и r (указаны на установке).

4.3. Включить установку в сеть. Нажать клавишу “СЕТЬ” на передней панели миллисекундомера.

4.4. Закрепить нить в прорези большего шкива. Нажать на клавишу “ПУСК” и, медленно вращая крестовину, поднять груз в крайнее верхнее положение, при котором ось груза еще остается вертикальной. Придерживая маятник рукой, отжать клавишу “ПУСК”, при этом положение груза фиксируется тормозным устройством. Если на индикаторе высвечиваются не все нули, нажать клавишу “СБРОС”.

4.5. Снова нажать клавишу “ПУСК”. Груз начинает движение, пересекая лучи фотодатчиков, при этом миллисекундомер измеряет время t движения между ними. Измеренное значение времени, а также массу груза m (указана на нем) внести в табл. 2.

4.6. Прибавлять к грузу по одному перегрузку, доведя их количество к концу измерений до четырех. Производить каждый раз операции по пунктам 4.4 и 4.5. При записи значения m_i учитывать массы добавленных перегрузков.

4.7. Если по каким-либо причинам миллисекундомер работать не будет, можно использовать таймер мобильного телефона.

Таблица 2

i	1	2	3	4	5
m_i					
t_i					

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. По данным табл. 2, зная H и r , рассчитать и внести в табл.3 значения J_i (в основных единицах системы СИ) для каждого значения m_i , используя формулу (7).

Таблица 3

i	1	2	3	4	5
J_i					
ΔJ_i					
ΔJ_i^2					

Рассчитать среднее значение $\bar{J} = \frac{\sum J_i}{5}$, погрешности отдельных измерений $\Delta J_i = J_i - \bar{J}$, случайную ошибку $\Delta J_{сл} = 2,1 \sqrt{\sum \Delta J_i^2 / 20}$.

5.2. Вычислить приборную ошибку $\Delta J_{приб}$ по формуле

$$\Delta J_{приб} = \bar{J} \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta t}{t} + \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta H}{H} \right), \quad (8)$$

где фигурируют приборные погрешности Δ , а в качестве m и t взяты их наименьшие значения. Найти полную ошибку как сумму случайной и приборной. Округлить до одной значащей цифры. Представить окончательный численный результат в виде

$$J = \bar{J} \pm \Delta J,$$

округлив \bar{J} до разряда ΔJ . Указать размерность найденной величины.

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

I КОМПЛЕКТ

1. Составьте систему уравнений движения для маятника Обербека.
2. Найдите из нее ускорение груза; при каких условиях оно будет много меньше g ?
3. Какие по форме тела имеют одно и то же значение момента инерции относительно любой оси, проходящей через центр масс?

II КОМПЛЕКТ

1. Второй закон Ньютона.
2. Расчет момента инерции сплошного однородного цилиндра относительно оси симметрии.
3. Как изменится время движения груза в нашей работе, если его массу уменьшить в два раза?

III КОМПЛЕКТ

1. Момент силы. Определение, направление, величина.
2. Покажите справедливость формулы (2).
3. Как изменится момент инерции диска, если ось вращения, проходящую перпендикулярно его плоскости через центр, перенести параллельно на край диска?

IV КОМПЛЕКТ

1. Основной закон динамики вращательного движения.
2. Расчёт момента инерции кольца относительно оси вращения, совпадающей с диаметром.
3. Показать справедливость формулы (7).

V КОМПЛЕКТ

1. Момент инерции. Определение, вычисление, свойства.
2. Кинематические параметры вращательного движения.
3. Как изменится время движения груза в нашей работе, если высоту H уменьшить в два раза (сохранив отношение $h_2 = 3h_1$)?

VI КОМПЛЕКТ

1. Теорема Штейнера. Примеры ее применения.
2. Может ли повлиять выбор большего или меньшего шкива и

высоты H на момент инерции маятника? Ответ обоснуйте.

3. Оцените кинетическую энергию вращающегося маятника в момент пересечения грузом лучей второго фотодатчика.

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания: ст. преп. Б.Л. Афанасьев

Лабораторная работа №6 - М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ (ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Во всех реальных механических процессах и системах возникают силы трения, учет которых имеет важнейшее значение при конструировании и расчете летательных аппаратов, морских и речных судов, автомобилей и др.

1.2. Важными проявлениями трения на практике являются нагревание тел и износ поверхностей. Смазка различными маслами трущихся поверхностей машин и механизмов позволяет заменить внешнее (сухое) трение значительно меньшим внутренним трением масел, что существенно удлиняет время промышленной эксплуатации машин.

1.3. Целью работы является изучение процессов внутреннего трения и экспериментальное определение коэффициента внутреннего трения сильно вязких жидкостей (глицерина, различных масел) методом падающего шарика, предложенным Стоксом.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Возникновение сил трения обуславливается многими процессами, происходящими в приповерхностных слоях соприкасающихся тел. Эти процессы, в конечном счете, сводятся к электромагнитному взаимодействию между электронными оболочками атомов, из которых состоят молекулы.

В механике различают два вида трения: внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. Внешнее трение возникает в плоскости касания двух соприкасающихся твердых тел в результате их относительного перемещения. Внутреннее трение характеризует взаимодействие между слоями жидкости или газа,

движущимися с различными скоростями, или при движении твердого тела в жидкой или газообразной средах. Внутреннее трение возникает также и в твердых телах при деформациях. Для внутреннего трения характерно отсутствие силы трения покоя и существование предельной скорости движения тела при действии постоянной внешней силы.

2.2. Существуют два различных вида течения жидкостей (газов): ламинарный (слоистый), при котором отдельные слои жидкости (газа) движутся с параллельно направленными скоростями, не перемешиваясь, и турбулентный (вихревой), при котором возникает энергичное перемешивание слоев.

Рассмотрим ламинарный поток жидкости (газа), движущийся в направлении, перпендикулярном оси X (рис. 1). Пусть два слоя жидкости (газа) A и B , отстоящие друг от друга на расстоянии Δx , имеют скорости v_1 и v_2 , причем $v_1 > v_2$; $\Delta v = v_1 - v_2$. В газах вследствие хаотического теплового движения молекулы переходят из одного слоя в другой, перенося с собой импульс $m\vec{v}$ упорядоченного движения слоев. В результате импульс упорядоченного движения слоя A уменьшается, а слоя B - увеличивается. Это означает, что быстрее движущийся слой A тормозится, а медленнее движущийся слой B ускоряется. Этот процесс выравнивания скоростей течения различных слоев газа (жидкости) и называется внутренним трением или вязкостью.

В жидкостях имеет место другой характер теплового движения: молекулы большую часть времени колеблются около положений равновесия и, чтобы перейти из одного положения равновесия в другое, молекуле приходится "вырываться" из своего окружения. Межмолекулярные силы взаимодействия, которые при этом приходится преодолевать, очень велики. Поэтому одни слои жидкости увлекают (тормозят) другие соседние слои в основном за счет межмолекулярных сил притяжения. Перенос импульса вследствие переходов молекул из одного слоя в другой, как в газах, не играет решающей роли.

Различный механизм возникновения внутреннего трения между слоями в газах и жидкостях подтверждается разным характером зависимости их вязкости от температуры (п. 2.4.)

2.3. Всякое изменение импульса (скорости) может происходить лишь под действием силы; следовательно, между слоями движущейся жидкости (газа) действуют силы внутреннего трения $F_{тр}$: со стороны слоя А на слой В действует ускоряющая его сила и, наоборот, на слой А действует тормозящая сила со стороны слоя В (см. рис. 1). Эти силы направлены по касательной к

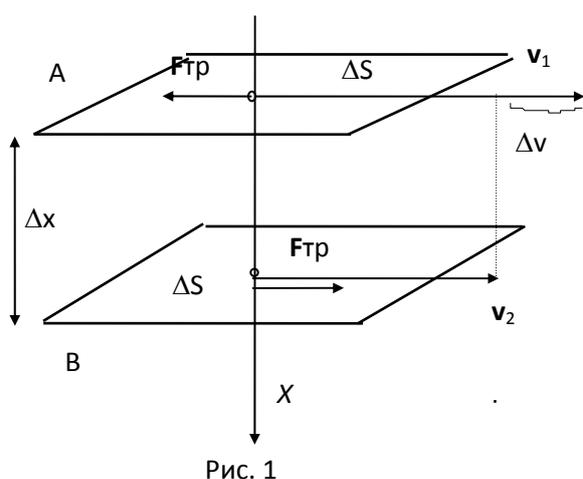


Рис. 1

поверхности слоев и зависят от площади соприкасающихся слоев ΔS и величины изменения модуля скорости жидкости (газа) при переходе от слоя к слою $\Delta v/\Delta x$. Предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta x} \right) = \frac{dv}{dx}$

называется градиентом модуля скорости. Вектор градиента $\frac{dv}{dx} \vec{n}$

направлен по нормали к направлению скорости в сторону ее максимального возрастания (в нашем случае в отрицательном направлении оси X). Если модуль скорости слоя пропорционален координате $v(x) = kx$, то $dv/dx = \Delta v/\Delta x = k$, т.е. градиент модуля скорости постоянен и равен k (см. п.2.6.).

При ламинарном течении жидкости или газа модуль силы внутреннего трения $F_{тр}$ определяется законом вязкого трения Ньютона

$$F_{mp} = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| \Delta S, \quad (1)$$

где η - коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость или просто вязкость) жидкости или газа, $\left| \frac{dv}{dx} \right|$ - модуль градиента модуля скорости; в СИ η измеряется в Па·с = Н·с/м² = кг/(м·с), а в системе СГС в г/(см·с) = Пз (пуаз); 1 Па·с = 10 Пз.

Величина $1/\eta$ называется текучестью жидкостей (газов). Отношение $\gamma = \eta/\rho$, где ρ - плотность жидкости (газа), называется кинематической вязкостью, которая в СИ измеряется в м²/с, а в СГС в см²/с = Ст (стокс); 1 м²/с = 10⁴ Ст.

2.4. Вязкость η зависит от природы жидкости (газа) и для данной жидкости (газа) зависит от температуры. Вязкость газов много меньше, чем вязкость жидкостей, и при 20° С и атмосферном давлении имеет порядок 10⁻⁵ Па·с. Вязкость обычных, не очень вязких жидкостей (воды, спиртов, бензина, ртути и др.) имеет порядок 10⁻³ Па·с, а вязких жидкостей (глицерина, различных масел) в тысячи раз больше.

Характер зависимости вязкости от температуры $\eta(T)$ для жидкостей и газов различен. С повышением температуры вязкость жидкостей экспоненциально уменьшается по закону $\eta(T) \sim e^{-\Delta E/kT}$, где ΔE - минимальная энергия, которую необходимо сообщить молекуле жидкости, чтобы она могла перейти из одного положения равновесия в другое ($\Delta E \sim 10^{-20}$ Дж). Вязкость газов (паров), наоборот, с повышением температуры медленно растет ($\eta \sim \sqrt{T}$), при критической температуре $T_{кр}$ вязкости жидкости и ее пара сравниваются (рис. 2). Разный характер температурной зависимости вязкости $\eta(T)$ газов и жидкостей есть следствие различия механизмов внутреннего трения в них. В газах причиной внутреннего трения является наложение упорядоченного движения слоев газа с различными скоростями \vec{v} и хаотического теплового движения молекул со скоростью \vec{u} . С повышением температуры скорость u возрастает ($u \sim \sqrt{T}$), соударения между молекулами

газа становятся чаще, что приводит к торможению упорядоченного движения слоев газа и, следовательно, увеличению вязкости.

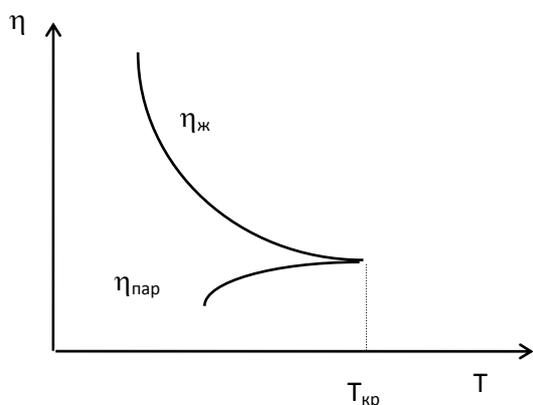


Рис. 2

В жидкостях молекулы совершают малые колебания около своих положений равновесия в пределах, ограниченных межмолекулярными расстояниями. С повышением температуры молекулы жидкости чаще меняют свои положения равновесия, расстояния между молекулами увеличиваются, а силы

притяжения уменьшаются. Жидкость становится более текучей и менее вязкой.

2.5. Характер течения жидкостей (газов) или обтекания тел средой определяется безразмерным числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{v D}{\gamma}, \quad (2)$$

где D - характерный размер тела, обтекаемого жидкостью (газом), v - скорость течения, ρ - плотность жидкости (газа). В качестве параметра D для труб круглого сечения или тел сферической формы следует взять радиус r .

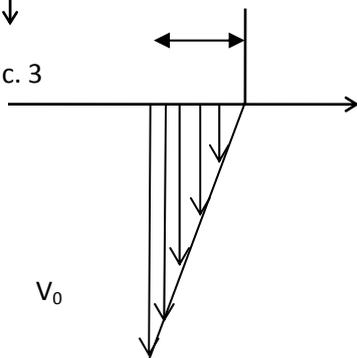
Критическое значение числа Рейнольдса $\text{Re}_{\text{кр}}$, при котором ламинарный режим течения сменяется турбулентным, зависит от конфигурации тел, обтекаемых жидкостью (газом). Так, при движении в жидкости малых шариков $\text{Re}_{\text{кр}} \approx 10$, а при движении жидкостей в прямолинейной цилиндрической трубе ламинарный режим течения осуществляется при $\text{Re} \leq 1100$, турбулентный режим – при $\text{Re} \geq 2300$, а в промежуточной области при $1100 \leq \text{Re} \leq 2300$ наблюдается переходный режим течения.

Число Рейнольдса служит также критерием подобия при испытаниях на моделях кораблей, самолетов и автомобилей. Для

сохранения аэро- или гидродинамического подобия необходимо равенство чисел Рейнольдса в соответствии с (2): при уменьшении размеров модели в несколько раз (параметр D в (2)) во столько же раз должна быть увеличена скорость потока жидкости (газа) в аэро- или гидродинамических трубах.

2.6. На тело, движущееся в вязкой среде, действует сила сопротивления, величина которой в общем случае зависит от вязкости среды, формы и размеров тела, характера обтекания и т.д. Д. Стокс рассчитал эту силу для случая движения сферического тела в безграничной среде при малых значениях Re . Для вывода формулы Стокса рассмотрим шарик малого радиуса r , равномерно движущийся в жидкости (газе) с малой скоростью v_0 . Распределение скоростей $v(x)$ слоев жидкости (газа) в зависимости от их расстояния до шарика обуславливается силами внутреннего трения и имеет вид, изображенный на рис. 3.

Рис. 3



Подчеркнем, что при движении шарика в жидкости (газе) наблюдается не трение шарика о жидкость (газ), а трение отдельных слоев среды друг о друга: молекулы среды как бы прилипают к поверхности шарика, и непосредственно прилегающий к шарикау слой движется вместе с ним со скоростью v_0 движения шарика.

Этот слой увлекает в своем движении следующие, более удаленные от шарика слои жидкости (газа), которые движутся со все уменьшающимися скоростями, и на некотором расстоянии L от поверхности скорость слоев практически становится равной нулю (L - ширина пограничного слоя). Величина L должна быть пропорциональна r , т.е. $L = kr$, $k = \text{const}$. Для тел сферической формы Стоксом было найдено значение $k = 2/3$. Тогда модуль градиента модуля скорости на участке $\Delta x = L = 2r/3$ равен

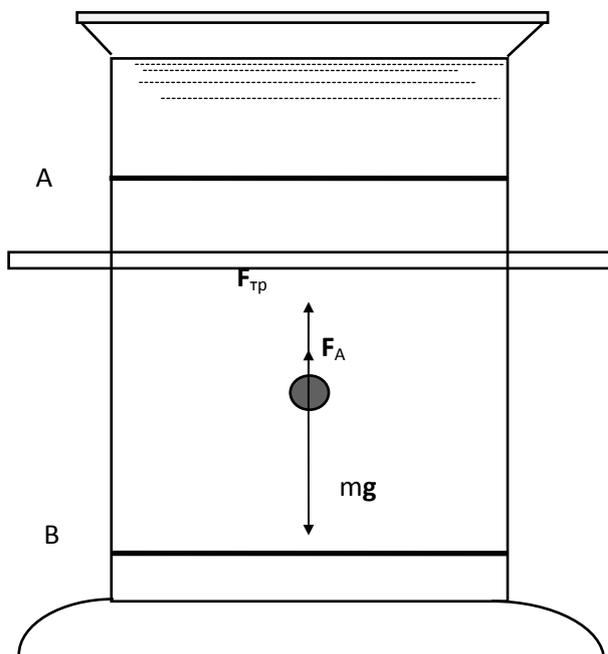
$\left| \frac{dv}{dx} \right| = \frac{|\Delta v|}{\Delta x} = \frac{v_0}{L} = \frac{3v_0}{2r}$, так как $\Delta v = 0 - v_0$. Площадь соприкосновения шарика с окружающей средой $\Delta S = 4\pi r^2$. Подставив значения $|dv/dx|$ и ΔS в формулу (1), найдем

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v_0. \quad (3)$$

Формула (3) носит название закона Стокса и применима лишь в случае ламинарного обтекания шарика безграничной средой, когда расстояние до границ среды значительно больше диаметра шарика. При увеличении размеров шариков и возрастании скорости их движения (точнее, при больших значениях Re) вокруг движущихся тел возникают сложные вихревые движения жидкости (газа), и сила сопротивления становится пропорциональной более высокой степени скорости, например, $F_{\text{тр}} \sim v_0^2$.

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Установка представляет собой стеклянный цилиндрический сосуд, наполненный исследуемой жидкостью (глицерином, вазелиновым маслом). Сосуд укреплен на подставке и сверху закрыт крышкой, имеющей в середине небольшое отверстие, через которое шарики бросают в сосуд таким образом, чтобы они



падали точно по оси цилиндрического сосуда. На стенках сосуда нанесены две горизонтальные метки А и В на некотором расстоянии L друг от друга. Верхняя метка А расположена на расстоянии нескольких сантиметров ($\sim 5 \dots 8$ см) от поверхности жидкости в сосуде: так, что шарик, приближаясь к этой метке, имеет

Рис. 4

установившуюся постоянную скорость движения v_0 . Вдоль сосуда расположена миллиметровая линейка.

Метод определения коэффициента вязкости жидкости заключается в измерении времени падения маленького шарика в сосуде с жидкостью (метод Стокса).

3.2. На шарик, падающий в жидкости, действуют три силы (рис. 4): сила тяжести $mg = \rho_1 Vg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g$, выталкивающая сила (сила Архимеда) $F_A = \rho_2 Vg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g$, равная весу жидкости в объеме шарика, и сила сопротивления среды (сила Стокса) $F_{\text{тр}} = 6\pi\eta rv$, обусловленная силами внутреннего трения; m , V , ρ_1 - соответственно масса, объем и плотность шарика; ρ_2 - плотность жидкости.

3.3. На основании второго закона Ньютона уравнение движения шарика в жидкости можно записать в виде

$$mg - F_A - F_{\text{тр}} = ma \quad \text{или} \quad \rho_1 Vg - \rho_2 Vg - 6\pi\eta rv = \rho_1 V \frac{dv}{dt}. \quad (4)$$

В начальный момент ($t = 0$) $v = 0$, шарик будет падать с переменным ускорением. При этом сила тяжести mg и выталкивающая сила F_A остаются постоянными, а сила вязкого сопротивления $F_{\text{тр}}$ возрастает прямо пропорционально скорости, см. формулу (3). Из (4) следует, что ускоренное движение будет происходить до тех пор, пока все три силы не будут уравновешены. Когда результирующая сила, действующая на шарик, будет равна нулю, его движение станет равномерным (установившимся) со скоростью $v = v_0$, которая определяется из условия

$$mg - F_A - F_{\text{тр}} = 0,$$

или

$$\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_1 - \rho_2) g - 6\pi\eta r v_0 = 0, \quad (5)$$

откуда
$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 g (\rho_1 - \rho_2)}{v_0}. \quad (6)$$

Заменяя в (6) $v_0 = L/t$ и $r = d/2$, где d - диаметр шарика, получим

$$\eta = \frac{1}{18} \cdot \frac{d^2 g (\rho_1 - \rho_2) t}{L}. \quad (7)$$

Измеряя на опыте время падения шариков t , величины d и L и зная ρ_1 и ρ_2 , можно по формуле (7) определить коэффициент вязкости η жидкости.

Описанный выше метод определения η основан на формуле (3) Стокса и правилен лишь в том случае, если выполнены предположения, сделанные при выводе этой формулы (п. 2.6.).

3.4. Скорость движения шарика до того момента времени, когда она достигает постоянного значения v_0 , можно найти интегрированием уравнения (4)

$$v(t) = v_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (8)$$

$$\text{где } v_0 = \frac{Vg(\rho_1 - \rho_2)}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \cdot \frac{gr^2(\rho_1 - \rho_2)}{\eta}, \quad (9)$$

$$\tau = \frac{V\rho_1}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2\rho_1}{\eta}. \quad (10)$$

Из (8) следует, что скорость шарика экспоненциально приближается к установившейся скорости v_0 равномерного движения. Установление скорости определяется временем релаксации τ . Чем меньше τ , тем быстрее идет процесс установления скорости.

Интегрируя обе части равенства (8) по времени, найдем путь, проходимый шариком за время t , когда $0 < v < v_0$

$$S = v_0 \tau \left(\frac{t}{\tau} - 1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (11)$$

Из (11) можно найти, что при $t \ll \tau$ $S \sim \frac{1}{2} v_0 \tau \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \ll v_0 \tau$,

при $t = \tau$ $S = \frac{v_0 \tau}{e}$ и при $t \gg \tau$ $S \gg v_0 \tau$.

Последнее неравенство определяет допустимое расстояние между границей жидкости в сосуде и верхней меткой А, которое должен пройти шарик прежде, чем его движение можно будет считать равномерным.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Внести технические данные измерительных приборов лабораторной установки в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Линейка			
Отсчетный микроскоп			
Секундомер			

4.2. Определение коэффициента вязкости η жидкости

4.2.1. Измерить линейкой расстояние L между метками А и В на сосуде и с учетом приборной погрешности линейки записать над табл. 2. Записать также плотность шарика ρ_1 и плотность жидкости ρ_2 , которые указаны на установке.

$$L = (\quad \pm \quad) \text{ см}, \quad \rho_1 = (\quad \pm \quad) \text{ г/см}^3, \quad \rho_2 = (\quad \pm \quad) \text{ г/см}^3.$$

Таблица 2

№ опыта	d_i , см	t_i , с	η_i , Пз	$\Delta\eta_i = \bar{\eta} - \eta_i$, Пз	$\Delta\eta_i^2$
1					
2					
3					
4					
5					
$\eta_i = \frac{1}{18} \cdot \frac{d_i^2 g (\rho_1 - \rho_2) t_i}{L} = \quad ; \quad \bar{\eta} = \frac{\sum \eta_i}{n} = \quad ; \quad \sum \Delta\eta_i^2 = \quad .$					

4.2.2. Измерить с помощью отсчетного микроскопа диаметр d шарика. Для этого измеряемый шарик поместить в смотровое окно микроскопа и с помощью винта установить резкое изображение шарика и шкалы отсчетного микроскопа (рис. 5).

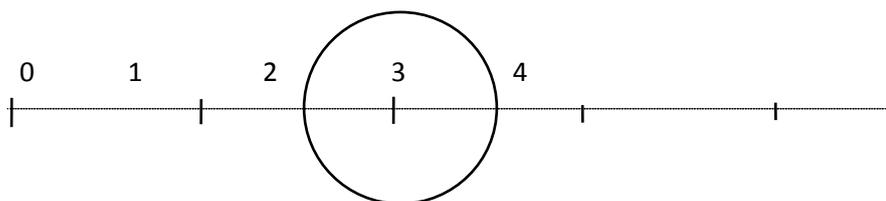


Рис. 5

4.2.3. Измерить время t падения шарика между метками АВ. Для этого опустить шарик в сосуд через отверстие на верхней крышке и в момент прохождения его верхней метки А включить секундомер; при прохождении нижней метки В остановить

секундомер. При отсчетах глаз должен располагаться на уровне соответствующей метки.

4.2.4. Произвести измерения согласно п.п. 4.2.2 и 4.2.3 для пяти шариков и результаты d_i и t_i занести в табл. 2.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. По формуле (7) вычислить значение η_i для всех проделанных измерений и определить среднее значение $\bar{\eta}$. Вычисления произвести в системе СГС; $g = 981 \text{ см/с}^2$. Результаты расчетов записать в табл. 2.

5.2. Вычислить среднюю квадратичную погрешность

$$\Delta S_{\eta} = \sqrt{\frac{\sum \Delta \eta_i^2}{n(n-1)}} =$$

Вычислить абсолютную случайную погрешность по формуле

$$\Delta \eta_{\text{сл}} = \tau_{\alpha}(n) \Delta S_{\eta} =$$

где $\tau_{\alpha}(n)$ - коэффициент Стьюдента, значение которого для заданного коэффициента надежности $\alpha = 0,9$ и числа проведенных измерений $n = 5$ равно 2,1.

5.3. По формуле для относительной приборной погрешности в измерении вязкости

$$\varepsilon_{\text{приб}} = \frac{\Delta \eta_{\text{приб}}}{\eta_i} = 2 \frac{\Delta d}{d_i} + \frac{\Delta \rho_1 + \Delta \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} + \frac{\Delta t}{t_i} + \frac{\Delta L}{L} =$$

используя данные табл. 1 и значения измеренных величин, полученные при выполнении одного из опытов, вычислить $\varepsilon_{\text{приб}}$, а затем абсолютную приборную погрешность в измерении η

$$\Delta \eta_{\text{приб}} = \varepsilon_{\text{приб}} \cdot \eta_i =$$

5.4. Вычислить общую абсолютную погрешность в определении вязкости по формуле

$$\Delta\eta = \Delta\eta_{\text{сл}} + \Delta\eta_{\text{приб}} = \quad ,$$

если $\Delta\eta_{\text{сл}}$ и $\Delta\eta_{\text{приб}}$ – величины одного порядка. Если одна из погрешностей на порядок превышает вторую, то учитывают только большую из них. Округлить абсолютную погрешность $\Delta\eta$ до одной значащей цифры, среднее значение $\bar{\eta}$ до разряда погрешности. Результат записать в виде

$$\eta = (\bar{\eta} \pm \Delta\eta) \text{ Пз.}$$

5.5. По данным одного из измерений (любого) вычислить по формуле (2) число Рейнольдса Re и сделать заключение о характере обтекания шарика жидкостью.

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ I КОМПЛЕКТ

1. В чем различие механизмов внутреннего трения (вязкости) в жидкостях и газах?
2. Почему движение шарика в жидкости становится равномерным?
3. Что называется градиентом модуля скорости?

II КОМПЛЕКТ

1. Закон Стокса. Условия его применения.
2. Физический смысл коэффициента вязкости η . От чего он зависит? Единицы его измерения.
3. Найти выражение для ускорения, с которым движется шарик в жидкости, когда $0 < v < v_0$, используя формулу (8), и нарисовать график зависимости $a(t)$.

III КОМПЛЕКТ

1. Какие силы действуют на тело, падающее в жидкости или газе?

2. Приведите формулу Ньютона для сил внутреннего трения в жидкостях (газах). От чего зависят эти силы, и как они направлены?

3. Кинематическая и динамическая вязкость жидкости (газа).

IV КОМПЛЕКТ

1. Почему формула Стокса справедлива при медленном равномерном движении шарика малого диаметра в безграничной среде? Что означает понятие “безграничная среда”?

2. Как зависит вязкость η газов и жидкостей от температуры?

3. Нарисуйте график зависимости $v(t)$ по формуле (8) и опишите качественно характер движения шарика в жидкости.

V КОМПЛЕКТ

1. Напишите уравнение движения шарика в жидкости (газе) и его решение. Что такое “установившееся движение”?

2. Почему необходимо, чтобы шарики имели диаметр значительно меньше внутреннего диаметра цилиндрического сосуда?

3. Ламинарное и турбулентное течение жидкостей (газов). Число Рейнольдса.

VI КОМПЛЕКТ

1. По данным работы рассчитайте значения сил Архимеда и Стокса (при установившемся движении).

2. С помощью соотношений (8) - (10) объясните, как изменяется скорость движения шарика в жидкости с увеличением его диаметра.

3. Почему верхняя метка А на сосуде расположена ниже уровня жидкости?

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. -М.: Астрель; АСТ. Кн. 1: Механика, кн. 2: Молекулярная физика, 2001.

1. Матвеев, А.Н. Молекулярная физика / А.Н. Матвеев - М.: Высшая школа, 1987. §50, 54.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова – М.: Высшая школа, 2000. § 31, 32.

Автор описания доц. В.А. Савельев.

Лабораторная работа № 7-М
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ
КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Крутильные колебания – один из возможных видов колебаний, возникающих в различных упругих системах, при которых отдельные элементы этих систем в процессе колебаний испытывают деформации кручения.

1.2. К наиболее распространенным в технике принадлежат крутильные колебания различных валов со связанными с ними массами. В частности, крутильные колебания испытывают коленчатые валы поршневых двигателей внутреннего сгорания, подвергающиеся действию периодически изменяющихся моментов сил, приложенных к каждому колену вала.

1.3. В настоящей работе крутильные колебания используются для определения моментов инерции различных тел. Момент инерции – аналог массы. Масса – мера инертности тел при поступательном движении, момент инерции – мера инертности тел при вращательном движении. Величина момента инерции относительно какой-либо оси определяется пространственным распределением масс тела – геометрией масс. Аналитическое вычисление величины момента инерции проводится путем интегрирования выражения

$$J = \int_V r^2 \rho dV,$$

где ρ – плотность вещества в элементе объема dV , находящемся на расстоянии r от оси вращения. При сложной форме поверхности, ограничивающей тело, и неравномерном распределении плотности

аналитический подсчет величины момента инерции является сложной задачей. В этих случаях момент инерции можно определить экспериментально.

1.4. Цель работы: изучение вращательного и колебательного движения на примере крутильного маятника и определение момента инерции произвольного тела (образца).

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Метод определения момента инерции, используемый в работе, основан на зависимости периода крутильных колебаний маятника (рис.1), подвешенного на проволоке, от упругих свойств материала проволоки и момента инерции самого маятника.

2.2. Крутильный маятник совершает вращательное движение, поэтому к нему может быть применен основной закон динамики вращательного движения

$$J\ddot{\varphi} = M, \quad (1)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси, совпадающей с проволочным подвесом,

M – момент силы упругости относительно той же оси,

$\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение.

При малых углах поворота φ момент упругой силы определяется по закону Гука

$$M = -k\varphi, \quad (2)$$

где k – коэффициент крутильной жесткости проволоки.

Из (1) и (2) получаем дифференциальное уравнение гармонических колебаний крутильного маятника

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{J} \varphi = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) можно представить в виде

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (4)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}}$ – собственная частота гармонических колебаний крутильного маятника.

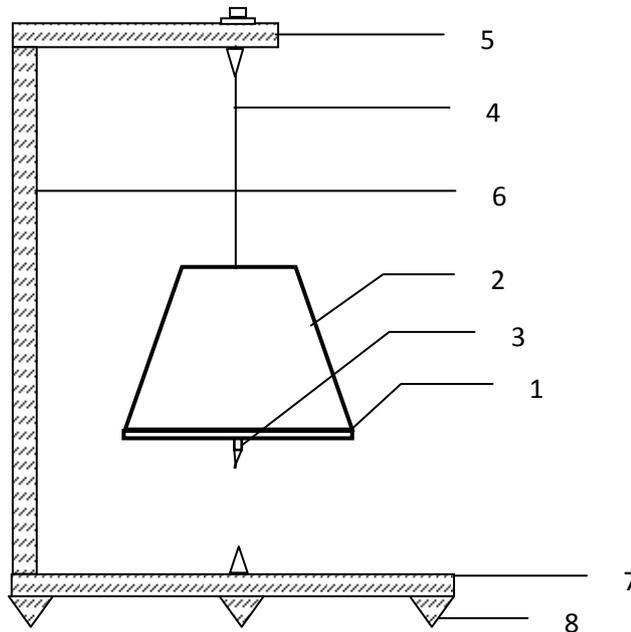


Рис.1

Решение дифференциального уравнения (4) имеет вид

$$\varphi = \varphi_{max} \cos(\omega_0 t + \alpha_0), \quad (5)$$

где φ_{max} – угловая амплитуда гармонических колебаний,

α_0 – начальная фаза гармонических колебаний.

Период гармонических колебаний крутильного маятника равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}}. \quad (6)$$

2.3. Для определения коэффициента жесткости k и момента инерции J ненагруженного маятника используют тело – эталон с известным моментом инерции, например, диск (сплошной цилиндр), момент инерции которого вычисляется по формуле

$$J_{\text{эталон}} = \frac{mR^2}{2}, \quad (7)$$

где m – масса, R – радиус диска.

Запишем систему двух уравнений для периода колебаний ненагруженного маятника T_0 и нагруженного эталоном (диском) T_1

$$\begin{aligned} T_0 &= 2\pi\sqrt{\frac{J_0}{k}}, \\ T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + J_{\text{эталон}}}{k}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Решив эту систему, найдем момент инерции ненагруженного маятника J_0 и коэффициент крутильной жесткости k

$$\begin{aligned} J_0 &= J_{\text{эталон}} \frac{T_0^2}{T_1^2 - T_0^2}, \\ k &= 4\pi^2 \frac{J_{\text{эталон}}}{T_1^2 - T_0^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

2.4. Зная константы крутильного маятника, можно определить момент инерции произвольного тела $J_{\text{ОБРАЗЕЦ}}$. Для этого нужно измерить период крутильных колебаний маятника с образцом T_2 и рассчитать момент инерции из выражения

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J + J_{\text{ОБРАЗЕЦ}}}{k}} \quad (10)$$

$$J_{\text{образец}} = \frac{k}{4\pi^2} T_2^2 - J_0. \quad (11)$$

Или, подставив в выражение (11) найденные из (9) величины J_0 и k ,

$$J_{\text{образец}} = J_{\text{эталон}} \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2}, \quad (12)$$

где момент инерции эталона $J_{\text{эталон}}$ определяется по формуле (7).

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Прибором для определения моментов инерции различных тел в данной работе служит крутильный маятник (рис.1), основной частью которого является массивный диск 1. На поверхности диска имеются концентрические окружности и две взаимно перпендикулярные риски по диаметру, что позволяет симметрично располагать измеряемый образец. Для центрирования системы в центре диска внизу имеется ось 3 с острием на конце. Диск крепится стальной проволокой 4 диаметром 2 мм к кронштейну 5, укрепленному на стойке 6. Основание прибора 7 имеет три опоры, две из которых 8 регулируются по высоте.

3.2. Для начала крутильных колебаний диск следует повернуть руками вокруг вертикальной оси на небольшой угол ($\sim 10^\circ$) и отпустить.

3.3. Для удобства отсчета колебаний на диске имеется метка, против которой при покоем диске устанавливается указатель – стержень на подставке.

3.4. Во избежание перекоса и деформации центрированной установки следует ставить аккуратно, без удара, по центру диска маятника эталон или образец.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Технические данные приборов занести в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Линейка			
Секундомер			

4.2. Настройка крутильного маятника

Центрировать крутильный маятник с помощью регулируемых опор так, чтобы острие диска совпадало с острием подставки.

4.3. Измерить время $N = 10$ полных крутильных колебаний ненагруженного маятника. Для этого повернуть диск, удерживая его двумя руками, на малый угол ($\sim 10^0$) вокруг вертикальной оси, не нарушая при этом центровки осей. Освободить диск, предоставить ему совершать свободные крутильные колебания. Измерить секундомером время t_0 10 полных крутильных колебаний, занести в табл. 2. Опыт проделать 5 раз.

4.4. Положить на диск прибора эталон симметрично оси вращения и измерить время 10 полных крутильных колебаний t_1 маятника с эталоном. Записать измеренное время в табл. 2. Опыт проделать 5 раз.

4.5. Снять эталон с маятника и поместить исследуемый образец. Записать измеренное время t_2 10 полных крутильных колебаний маятника с образцом в табл. 2.

Таблица 2

i	t_{0i} (с)	$\Delta t_{0i} = (\bar{t}_0 - t_{0i})(с)$	t_{1i} (с)	$\Delta t_{1i} = (\bar{t}_1 - t_{1i})(с)$	t_{2i} (с)	$\Delta t_{2i} = (\bar{t}_2 - t_{2i})(с)$
1						
2						

3					
4					
5					
$\bar{t}_0 = \frac{\sum t_{0i}}{n}$ $T_0 = \frac{\bar{t}_0}{N}$ $\Delta T_0 = T_0 \frac{\Delta t_0}{\bar{t}}$	$S_{t_0} = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_{0i}^2}{n(n-1)}}$ $\Delta t_{0сл} = \tau_\alpha(n) S_{t_0}$ $\Delta t_0 = \Delta t_{0сл} + \Delta t_{пр}$	$\bar{t}_1 =$ $T_1 =$ $\Delta T_1 =$	$S_{t_1} =$ $\Delta t_{1сл} =$ $\Delta t_1 =$	$\bar{t}_2 =$ $T_2 =$ $\Delta T_2 =$	$S_{t_2} =$ $\Delta t_{2сл} =$ $\Delta t_2 =$

4.6. Записать данные эталона (диска) в табл. 3.

Масса указана на эталоне. Диаметр диска измеряется линейкой.

Таблица 3

$m \pm \Delta m$	$D \pm \Delta D$	$R = \frac{D}{2}$	$\Delta R = \frac{\Delta D}{2}$

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. В работе рассчитываются следующие величины:

T_0 – период крутильных колебаний ненагруженного маятника,

T_1 – период крутильных колебаний маятника с эталоном,

T_2 – период крутильных колебаний маятника с образцом,

R – радиус эталона (диска),

$J_{\text{эталон}}$ – момент инерции эталона (диска),

$J_{\text{образец}}$ – момент инерции образца.

5.2. Заполнить табл. 2, рассчитав все периоды колебаний и их погрешности.

5.3. Момент инерции эталона рассчитать по формуле (7), ошибку момента инерции эталона вычисления по формуле

$$\Delta J_{\text{ЭТАЛОН}} = J_{\text{ЭТАЛОН}} \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta R}{R} \right),$$

округлить до одной значащей цифры.

5.4. Рассчитать момент инерции образца по формуле (12), ошибку вычисления момента инерции образца по формуле

$$\Delta J_{\text{образец}} = J_{\text{образец}} \left(\frac{\Delta J_{\text{эталон}}}{J_{\text{эталон}}} + 2T_0 \Delta T_0 \left| \frac{1}{T_1^2 - T_0^2} - \frac{1}{T_2^2 - T_0^2} \right| + \frac{2T_1 \Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} + \frac{2T_2 \Delta T_2}{T_2^2 - T_0^2} \right) = ,$$

округлить до одной значащей цифры.

5.5. Окончательный результат записать в виде

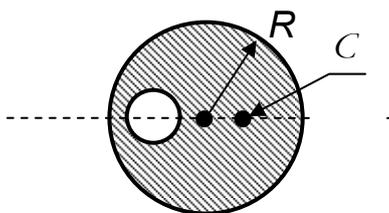
$$J_{\text{образец}} \pm \Delta J_{\text{образец}} = (\quad \pm \quad) \text{ кг}\cdot\text{м}^2,$$

округлив $J_{\text{образец}}$ до разряда абсолютной ошибки $\Delta J_{\text{образец}}$.

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

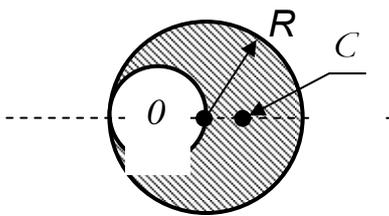
I комплект

1. Дайте определение момента инерции твердого тела. Рассчитайте момент инерции стержня массой m , длиной L относительно оси, проходящей через конец стержня, перпендикулярно стержню.
2. Что такое угловое ускорение? Определение, направление вектора углового ускорения.
3. В однородном диске массой m и радиусом R вырезано круглое отверстие диаметром $R/2$, центр которого находится на расстоянии $R/2$ от оси диска. Найти положение центра масс S такого диска.



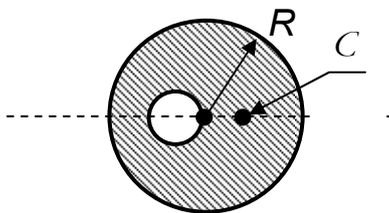
II комплект

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Запишите его для вращения маятника с эталоном.
2. Как определяется период крутильных колебаний в лабораторной работе?
3. Однородный диск радиусом R имеет круглый вырез (см. рис.). Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна m . Найти положение центра масс C такого диска.



III комплект

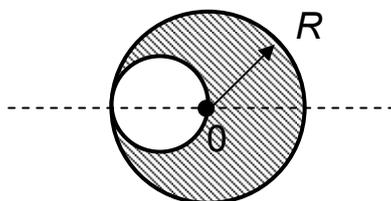
1. Сформулируйте теорему Штейнера. Примеры ее применения.
2. Что такое угловая скорость? Определение, направление вектора угловой скорости.
3. В однородном диске массой m и радиусом R вырезано круглое отверстие диаметром $R/2$, край которого находится на оси диска. Найти положение центра масс такого диска.



IV комплект

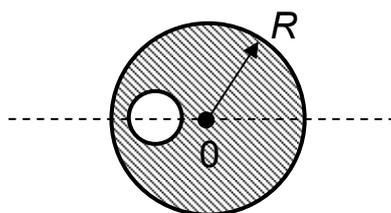
1. Напишите дифференциальное уравнение крутильных колебаний маятника и его решение.
2. Связь между линейным и угловым ускорением.

3. Однородный диск радиусом R имеет круглый вырез (см. рис.). Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна m . Найти момент инерции такого диска относительно оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через точку O , совпадающую с центром диска.



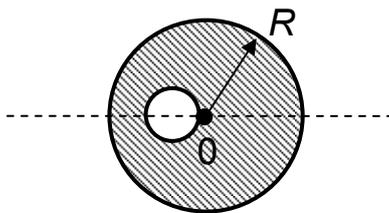
У комплект

1. Связь между линейной и угловой скоростью.
2. Как изменится момент инерции образца, если массу эталона (диска) увеличить в 2 раза и с этим диском провести эксперименты?
3. В однородном диске массой m и радиусом R вырезано круглое отверстие диаметром $R/2$, центр которого находится на расстоянии $R/2$ от оси диска. Найти момент инерции такого диска относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр O .



УІ комплект

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Запишите его для вращения маятника с образцом.
2. Запишите теорему Штейнера.
3. В однородном диске массой m и радиусом R вырезано круглое отверстие диаметром $R/2$, центр которого находится на расстоянии $R/4$ от оси диска. Найти момент инерции такого диска относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр O .



Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания доц. Тимофеева Г.Ю.

Лабораторная работа №8 - М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ

МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Движение маятника Максвелла представляет собой пример плоского движения твердого тела, при котором траектории всех его точек лежат в параллельных плоскостях. Это движение может быть сведено к поступательному движению маятника и вращательному движению вокруг оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно этим плоскостям.

Такой тип движения широко распространен в технике: качение цилиндра по плоскости, колеса автомобиля, катка дорожной машины, движение вращающегося винта вертолета и т. д.

1.2. Целью настоящей лабораторной работы является экспериментальное ознакомление с плоским движением твердого тела на примере маятника Максвелла и определение момента инерции маятника.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Маятник Максвелла представляет собой небольшой маховик. Он может опускаться под действием силы тяжести и силы натяжения нитей, предварительно намотанных на ось маятника (рис.1). Нити во время движения вниз разматываются полностью. Раскрутившийся маховик продолжает вращаться в том же

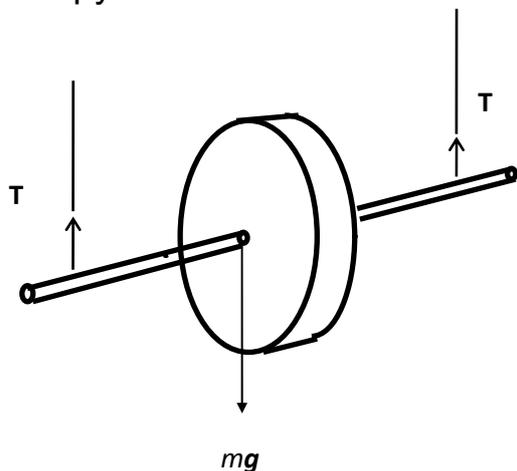


Рис. 1

направлении и наматывает нити на ось, вследствие чего поднимается вверх, замедляя при этом свое движение. Дойдя до верхней точки - опять начинает опускаться вниз.

Маховик совершает периодически повторяющееся движение, поэтому он получил название маятника. Итак, движение маятника Максвелла можно разделить на две стадии: опускание

и подъем.

2.2. Согласно основным законам динамики поступательного и вращательного движения (для соответственных осей), пренебрегая силами трения о воздух и отклонением нитей от вертикали, запишем

$$ma = mg - 2T, \quad (1)$$

$$J\beta = 2r_o T, \quad (2)$$

где m - масса маятника, J - момент инерции маятника относительно оси, r_o - радиус оси маятника, T - сила натяжения каждой нити, g - ускорение свободного падения, a - линейное ускорение центра масс маятника, β - угловое ускорение. Вследствие нерастяжимости нитей

$$a = \beta r_o. \quad (3)$$

Эти уравнения применимы как к первой, так и ко второй стадиям движения маятника. Начальные условия на разных стадиях

различны: при опускании маятника начальная скорость его центра масс равна нулю, при его подъеме она отлична от нуля.

2.3. Из уравнений (1), (2), (3) следует

$$2T = m(g - a), \quad (4)$$

$$J = \frac{m(g - a)r_o^2}{a}. \quad (5)$$

Из зависимости пути от времени при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью можно найти линейное ускорение маятника

$$a = \frac{2h_1}{t^2}, \quad (6)$$

где t - время движения маятника от верхней до нижней точки, h_1 - расстояние, проходимое за это время. При $a \ll g$ имеем

$$2T = mg, \quad (7)$$

$$J = \frac{mgr_o^2}{a}. \quad (8)$$

Отметим, что направления линейного ускорения и сил натяжения не зависят от того, куда движется маятник - вверх или вниз. За одно полное колебание линейная скорость меняет своё направление в нижней точке на противоположное, а линейное ускорение и силы не меняют. Угловая же скорость, наоборот, не меняет своего направления, а момент сил и угловое ускорение в нижней точке меняют на противоположные.

2.4. При подъеме вверх маятник движется равнозамедленно. Высота h_2 , на которую он поднимется, будет меньше, чем та, с которой опускается h_1 . Разность этих высот определяет убыль механической энергии, затраченной на преодоление сил деформации нитей при ударе и сил сопротивления движению.

Доля потерянной механической энергии

$$\eta = \frac{\Delta E}{E} = \frac{mg(h_1 - h_2)}{mgh_1} = \frac{\delta h}{h_1}, \quad (9)$$

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

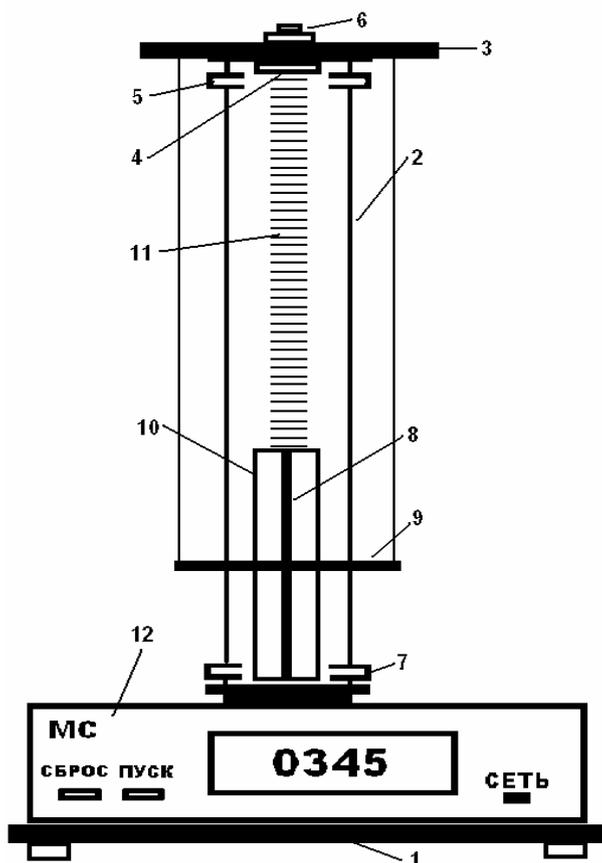


Рис.2

3.1. Схема установки изображена на рис. 2. В основании 1 закреплена колонка 2, на ней держится верхний кронштейн 3, на котором находится электромагнит 4, фотоэлектрический датчик 5 и вороток 6 для выравнивания подвески маятника. К нижнему кронштейну прикреплен второй фотоэлектрический датчик 7. Маховик маятника Максвелла состоит из диска 8, насаженного на ось 9, и прикреплённого к нему массивного кольца 10. Он подвешен

на двух параллельных нитях, намотанных на ось. Маятник удерживается в верхнем положении электромагнитом. Высоты опускания и подъёма маятника определяются по миллиметровой линейке 11, находящейся на колонке прибора. Миллисекундомер МС 12 предназначен для измерения времени t движения маятника Максвелла. Начало и окончание отсчёта времени осуществляются автоматически с помощью фотодатчиков, упомянутых выше.

Определение момента инерции маятника Максвелла производится косвенным образом.

Из уравнений (6) и (8) следует, что момент инерции можно рассчитать по формуле

$$J = \frac{m r_o^2 g t^2}{2 h_1}. \quad (10)$$

Здесь m – полная масса маятника ,

$$m = m_o + m_d + m_k , \quad (11)$$

где m_o - масса оси, m_d - масса диска, m_k - масса кольца.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Технические данные приборов.

4.1.1. Внести данные лабораторной установки в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Пределы измерений	Цена деления	Приборная погрешность
Миллисекундомер			
Линейка			

4.1.2. Занести в табл. 2 значения масс и диаметров элементов маятника. Эти данные указаны на установке.

Таблица 2

$m_0 \pm \Delta m_0$	$m_\partial \pm \Delta m_\partial$	$m_k \pm \Delta m_k$	$D_0 \pm \Delta D_0$	$D_\partial \pm \Delta D_\partial$	$D_k \pm \Delta D_k$
(кг)	(кг)	(кг)	(м)	(м)	(м)

4.2. Определение момента инерции маятника Максвелла.

4.2.1. Включить МС в сеть 220 В. Нажать кнопку *СЕТЬ*. При этом на индикаторах измерителя должны высвечиваться все нули. Если это не так, нажать и отпустить кнопку *СБРОС*.

4.2.2. На ось маятника симметрично, виток к витку, намотать нити подвески и зафиксировать маятник с помощью электромагнита. Работать следует очень аккуратно, чтобы не повредить установку.

4.2.3. Нажать кнопку *ПУСК*. Маятник придёт в движение и запустит отсчёт времени. В нижней точке отсчёт остановится.

4.2.4. Если миллисекундомер по каким-либо причинам не работает, можно придерживать маятник рукой, а время измерять таймером мобильного телефона.

4.2.5. Измеренное значение времени движения маятника занести в табл.3. Повторяя операции по пунктам 4.2.2 и 4.2.3, провести измерение времени еще 4 раза и данные занести в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	t_i (с)	Δt_i (с)	Δt_i^2 (с ²)	$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_i^2}{n(n-1)}}$	δh	h_1
1				$\alpha=0,9; \tau_\alpha(n)=2,1$		

2				$\Delta t_{сл} = \tau_{\alpha}(n) \cdot \Delta S =$	—	—
3					—	—
4				$\Delta t = \Delta t_{сл} + \Delta t_{проб} =$	—	—
5					—	—
	$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} =$		$\sum \Delta t_i^2 =$	$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\bar{t}} =$		$\eta = \frac{\delta h}{5h_1} =$

4.3. Определение убыли механической энергии

4.3.1. По линейке определить высоту h_1 , с которой опускается маятник; занести в табл. 3.

4.3.2. Повторить операции, описанные в п. 4.2.2 и 4.2.3, дать маятнику совершить пять полных колебаний, измерить разность высот δh . Это измерение произвести 1 раз и занести его результат в табл. 3.

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Определение момента инерции маятника Максвелла.

5.1.1. Вычислить среднее значение времени движения маятника \bar{t} и занести в табл. 3.

5.1.2. Вычислить среднюю квадратичную ошибку в измерении времени движения маятника

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_i^2}{n(n-1)}}. \quad (12)$$

5.1.3. Вычислить абсолютную случайную ошибку

$$\Delta t_{сл} = 2,1 \Delta S. \quad (13)$$

5.1.4. Вычислить полную абсолютную ошибку

$$\Delta t = \Delta t_{сл} + \Delta t_{приб} . \quad (14)$$

5.1.5. Вычислить относительную ошибку

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\bar{t}} , \quad (15)$$

все вычисленные величины поместить в табл. 3.

5.1.6. По формуле (10) вычислить момент инерции маятника, подставляя в качестве $t \leftarrow \bar{t}$ его среднее значение.

5.1.7. Вычислить относительную ошибку момента инерции маятника

$$\varepsilon_J = \frac{\Delta J}{J} = \frac{3\Delta m}{m} + \frac{2\Delta r_o}{r_o} + \frac{2\Delta t}{\bar{t}} + \frac{\Delta h}{h_1} , \quad (16)$$

где Δm , Δr_o , Δh_1 - приборные погрешности соответственных величин, Δt – полная абсолютная погрешность времени движения; m - суммарная масса маятника, вычисленная по формуле (11).

5.1.8. По полученному значению ε_J рассчитать величину абсолютной ошибки ΔJ в определении момента инерции

$$\Delta J = \varepsilon_J \cdot J = . \quad (17)$$

Округлить ΔJ до одной значащей цифры, а значения \bar{J} до разряда абсолютной ошибки.

5.1.9. Окончательный результат записать в виде

$$J = \bar{J} \pm \Delta J = (\quad \pm \quad) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2 . \quad (18)$$

5.2. Определение убыли механической энергии при движении маятника Максвелла.

5.2.1. Формула (9) выражает долю механической энергии, потерянной за пять колебаний маятника Максвелла; за одно колебание доля будет в пять раз меньше:

$$\eta = \frac{\delta h}{5 h_1} . \quad (18)$$

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

I КОМПЛЕКТ

1. Основной закон динамики поступательного движения.
2. По данным табл. 2 рассчитать значения моментов инерции оси, диска и кольца. Сравнить их сумму с экспериментальным значением J .
3. Как изменяются импульс и осевой момент импульса маятника Максвелла в нижней точке его движения? Объясните причины.

II КОМПЛЕКТ

1. Основной закон динамики вращательного движения.
2. Закон сохранения полной энергии для маятника Максвелла.
3. Найти линейную и угловую скорости маятника в нижней точке.

III КОМПЛЕКТ

1. Момент инерции твердого тела (определение). От чего зависит его величина?
2. Найти отношение кинетической энергии поступательного движения к кинетической энергии вращательного движения для данного маятника Максвелла.
3. Как меняются линейное и угловое ускорения за период движения маятника Максвелла?

IV КОМПЛЕКТ

1. Импульс и осевой момент импульса твердого тела.
2. Оценить натяжение нитей при прохождении маятником нижней точки (продолжительность “удара” в ней принять равной $\Delta t \approx 0,05$ с).
3. Как изменится время движения маятника, если радиус его оси увеличить в два раза?

V КОМПЛЕКТ

1. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения твердого тела.
2. Расчет момента инерции диска радиусом R , массой m относительно оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости.
3. Какие силы и моменты сил действуют на маятник Максвелла при его движении? Как они изменяются за период?

VI КОМПЛЕКТ

1. Расчет момента инерции кольца радиусом R , массой m относительно оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости.
2. Получить формулу (10), исходя из закона сохранения механической энергии. (Учесть, что для маятника Максвелла $E_k^{sp} \gg E_k^{пост}$).
3. На каком участке движения маятника, верхнем или нижнем, потери механической энергии больше? Объяснить причины.

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания ст. преподаватель Б.Л Афанасьев.

Лабораторная работа №9 - М

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ НА МАШИНЕ АТВУДА

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Простейшие механизмы (блок, ворот, лебедка, полиспаст), преобразующие поступательное движение во вращательное, применяются во многих технических устройствах.

1.2. Целью работы является экспериментальное изучение динамики поступательного и вращательного движений на машине Атвуда, измерение ускорения грузов, расчет момента инерции блока и массы грузов.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Механическое движение твердого тела может быть представлено как одновременное участие в двух простейших видах движения: поступательном и вращательном.

2.2. Поступательным называется движение твердого тела, при котором все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения. При поступательном движении прямая, соединяющая две любые точки тела, перемещается параллельно своему первоначальному направлению. Основным закон динамики поступательного движения - второй закон Ньютона - связывает ускорение тела \vec{a} с действующими на него силами \vec{F}_i и его массой m

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}_i}{m} . \quad (1)$$

2.3. Вращательное движение тела вокруг неподвижной оси (простое вращательное движение) – движение твердого тела, при

котором все его точки, двигаясь в параллельных плоскостях, описывают окружности с центрами, лежащими на одной неподвижной прямой, называемой осью вращения. Основной закон динамики простого вращательного движения тела вокруг оси гласит: угловое ускорение тела β прямо пропорционально суммарному осевому моменту сил $\sum M_{iz}$, действующих на тело, и обратно пропорционально осевому моменту инерции тела J_z

$$\beta = \frac{\sum M_{iz}}{J_z}. \quad (2)$$

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Общий вид лабораторной установки показан на рис. 1.

Машина Атвуда, изобретенная английским физиком Джорджем

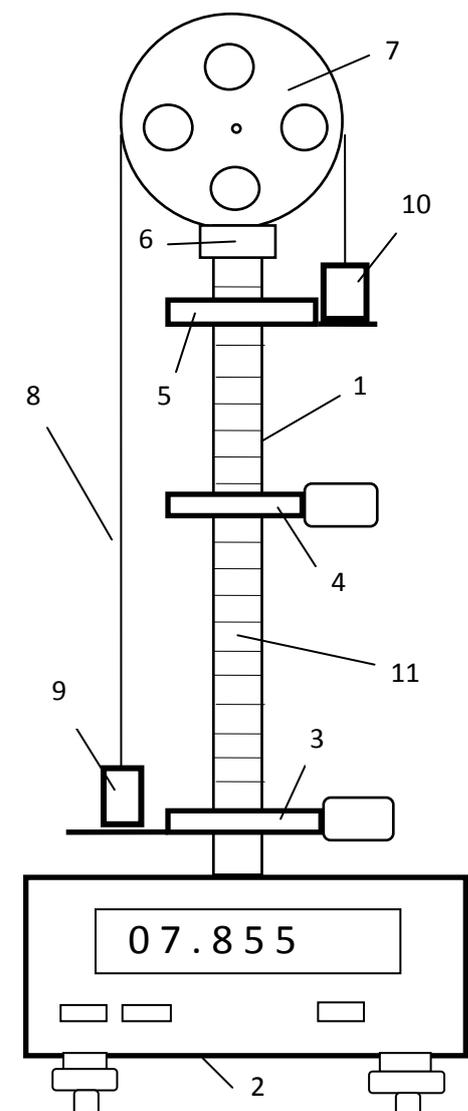


Рис. 1

Атвудом для проверки законов падения тел, представляет собой систему двух одинаковых грузов, соединенных легкой нитью, переброшенной через вращающийся вокруг горизонтальной оси блок. На вертикальной колонке 1, закрепленной в основании 2, расположены два неподвижных кронштейна, нижний 3 и верхний 5, подвижный средний кронштейн 4, а также верхняя втулка 6, на которой закреплен блок 7. Через блок проходит нить 8 с привязанными на ее концах одинаковыми грузами 9 и 10. Для определения пути, проходимого грузом 10, на колонке нанесена миллиметровая шкала 11, все кронштейны имеют указатель положения, а верхний - дополнительную черту, на уровне которой устанавливается нижняя грань груза 10.

3.2. На каждый из грузов действует сила тяжести mg и сила натяжения нити T (рис. 2). Так как массы грузов одинаковы – система находится в равновесии. Если положить на

правый груз дополнительный перегрузок δm , система придет в движение. Без учета сопротивления воздуха уравнения движения грузов в проекции на вертикальную ось, направленную вниз, будут

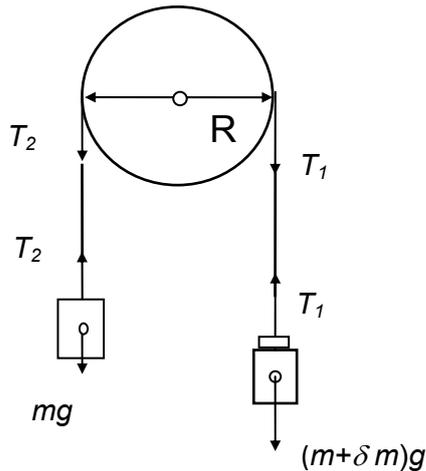


Рис. 2

иметь вид: для правого груза

$$(m + \delta m)a = (m + \delta m)g - T_1, \quad (3)$$

для левого груза

$$- ma = mg - T_2. \quad (4)$$

Ускорения грузов одинаковы по величине, так как растяжением соединяющей их нити можно пренебречь.

3.3. На блок действуют силы натяжения нити, T_1 (справа) и T_2 (слева), создающие момент, проекция которого на ось вращения Z , направленную от нас, равна $T_1R - T_2R$. Тормозящим моментом сил трения в оси блока можно пренебречь. Уравнение моментов (основной закон динамики вращательного движения) для блока примет вид

$$J\beta = (T_1 - T_2)R. \quad (5)$$

3.4. Если нить не скользит по блоку, линейное ускорение грузов a и угловое ускорение блока β связаны уравнением

$$a = \beta R. \quad (6)$$

3.5. Решая систему уравнений (3),(4),(5),(6), найдем

$$\text{ускорение } a = \frac{\delta m \cdot g}{2m + \delta m + \frac{J}{R^2}}. \quad (7)$$

3.6. Блок, используемый в данной установке, имеет вид диска радиусом R с четырьмя круглыми вырезами радиусом r , центры которых лежат на расстоянии d от оси блока. Плотность материала блока ρ , толщина h . Момент инерции сплошного однородного диска из такого же материала с тем же радиусом R относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости,

$J_{\text{диска}} = \frac{mR^2}{2} = \frac{\rho h \pi R^4}{2}$, где m – масса сплошного диска. Если из него

вычесть моменты инерции четырех вырезанных дисков

$J = 4 \left(\frac{m_{\text{в.д.}} r^2}{2} + m_{\text{в.д.}} d^2 \right) = 4 \rho h \pi r^2 \left(\frac{r^2}{2} + d^2 \right)$, где $m_{\text{в.д.}}$ – масса

вырезанного диска, то получим момент инерции блока

$$J = \rho h \pi \left[\frac{R^4}{2} - 4r^2 \left(\frac{r^2}{2} + d^2 \right) \right]. \quad (8)$$

3.7. В данной работе ускорение грузов a определяется из кинематической связи между пройденным путем при нулевой начальной скорости и временем равноускоренного движения

$$a = \frac{H}{2t^2}. \quad (9)$$

3.8. Значение массы каждого из грузов можно вычислить, преобразуя формулу (7)

$$m = \frac{\delta m}{2} \left(\frac{g}{a} - 1 \right) - \frac{J}{2R^2}. \quad (10)$$

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Технические данные приборов внести в табл. 1.

Таблица 1

Прибор	Пределы измерений	Цена деления	Приборная погрешность

Секундомер			
Линейка			

Запишите значения плотности материала блока, толщины и радиуса сплошного диска, радиуса вырезанного диска и расстояние его центра от оси вращения, указанные на установке, вместе с их абсолютными ошибками

$$\rho \pm \Delta\rho = \quad \text{кг/м}^3; h \pm \Delta h = \quad \text{м}; R \pm \Delta R = \quad \text{м}; r \pm \Delta r = \quad \text{м}; d \pm \Delta d = \quad \text{м}.$$

4.2.1. Повесьте на блок нить с грузами m .

4.2.2. Измерьте расстояние H от верхнего до нижнего кронштейна, запишите его в табл. 2.

4.2.3. Поднимите правый груз до верхней черты. Положите на правый груз перегрузок δm , значение массы которого запишите в табл. 2.

4.2.4. Измерьте секундомером время движения груза от верхнего кронштейна до нижнего. Занесите его в табл. 2.

4.2.5. Повторите пункты 4.2.3 - 4.2.4, добавляя по одному все имеющиеся перегрузки. Результаты запишите в табл. 2.

$$H = (\quad \pm \quad) \text{ м}.$$

Таблица 2

№	δm_i (кг)	t_i (с)	a_i (м/с ²)	m_i (кг)	Δm_i (кг)
1					
2					
3					
4					
5					

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. Рассчитайте момент инерции блока J по формуле (8).
Оцените погрешность этой величины по формуле

$$\Delta J = J \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{4\Delta R}{R} + \frac{4\Delta r}{r} + \frac{2\Delta d}{d} \right) = \quad ,$$

округлив до одной значащей цифры. Результат запишите в виде

$$J = (J \pm \Delta J) = \quad \text{кг м}^2,$$

округлив значение J до разряда погрешности.

5.2. Рассчитайте ускорения грузов a_i по формуле (9) для каждого измерения, результаты занесите в табл. 2.

5.4. Рассчитайте по формуле (10) значение массы груза для каждого измерения, результат занесите в табл. 2.

5.5. Определите среднее значение массы груза

$$\bar{m} = \frac{\sum m_i}{n} = \quad .$$

5.7. Рассчитайте абсолютную случайную ошибку каждого измерения $\Delta m_i = |\bar{m} - m_i|$, занесите в табл. 2.

5.8. Рассчитайте абсолютную случайную ошибку всего опыта

$$\Delta m = \tau_\alpha(n) \sqrt{\frac{\sum \Delta m_i^2}{n(n-1)}} = \quad ,$$

округлите ее до одной значащей цифры. Коэффициент Стьюдента $\tau_{0,9}(5) = 2,1$.

5.8. Запишите результат, округлив \bar{m} до разряда абсолютной погрешности Δm в виде

$$m = (\bar{m} \pm \Delta m) = (\quad \pm \quad) \text{ кг}.$$

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ I КОМПЛЕКТ

1. Какое движение тела называется поступательным? Сколько степеней свободы имеет тело, движущееся поступательно?
2. Сформулируйте первый, второй и третий законы Ньютона.
3. Выведите формулу (8) для расчета момента инерции блока.

II КОМПЛЕКТ

1. Дайте определение вращательного движения тела вокруг оси.
2. Запишите уравнение моментов для блока.
3. Из какого закона следует, что сила натяжения нити T_1 , действующая на груз, равна силе натяжения T_1 , действующей на блок?

III КОМПЛЕКТ

1. Что называется осевым моментом инерции твердого тела? Как он рассчитывается?
2. Напишите уравнения движения грузов. Оцените ошибку в определении ускорения грузов по формуле (7) без учета вращения блока.
3. Какие силы, действующие на систему движущихся грузов, не были учтены при выводе формулы (7)?

IV КОМПЛЕКТ

1. Что называется моментом силы? В каких единицах измеряется?
2. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
3. Как зависят путь и скорость от времени при равноускоренном движении?

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.
1. Матвеев, А.Н. Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев - М.: Высшая школа, 1986.

Автор описания доц. И.А. Авенариус.

Лабораторная работа № 10 - М
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ
МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является ознакомление с силами сухого трения и определение коэффициента трения качения путем использования колебательного движения математического маятника по наклонной плоскости.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

2.1. Сила трения при соприкосновении поверхностей двух тел препятствует их взаимному перемещению. Эта сила приложена к телам вдоль поверхности их соприкосновения и всегда направлена против относительной скорости перемещения.

Внешнее, или сухое, трение обеспечивает неподвижность соприкасающихся тел относительно друг друга (трение покоя), либо проявляется при скольжении (трение скольжения) и качении (трение качения) тел.

Внутреннее, или вязкое, трение характеризует взаимодействие между слоями жидкости или газа, движущимися один относительно другого, или при движении твердого тела в жидкой и газообразной средах. Внутреннее трение возникает и в твердых телах при деформациях (например, в стальных рессорах и др.).

2.2. Сухое трение обусловлено зацеплениями микровыступов и межмолекулярным взаимодействием соприкасающихся поверхностей твердых тел. Трение покоя связано с упругим деформированием микровыступов, а трение скольжения и качения -

с их пластическим деформированием и даже разрушением. Поэтому следствием трения скольжения и качения являются нагревание и износ трущихся поверхностей, а также возникающий при этом шум. Природа сил трения качения связана с неупругой деформацией реальных тел. При упругой деформации результирующая \vec{N} (рис. 1,а) всех сил реакции деформированной поверхности качения вертикальна. Никаких сил трения качения в этом случае не возникает. В реальной ситуации (рис. 1,б) силы, действующие на тело вращения со стороны поверхности качения, уже не будут симметричны относительно вертикальной плоскости: сила \vec{F} , возникающая в передней части тела вращения, будет больше силы \vec{F}' . Результирующая сила \vec{N} уже не вертикальна; она имеет горизонтальную составляющую, направленную назад. Ее называют силой трения качения.

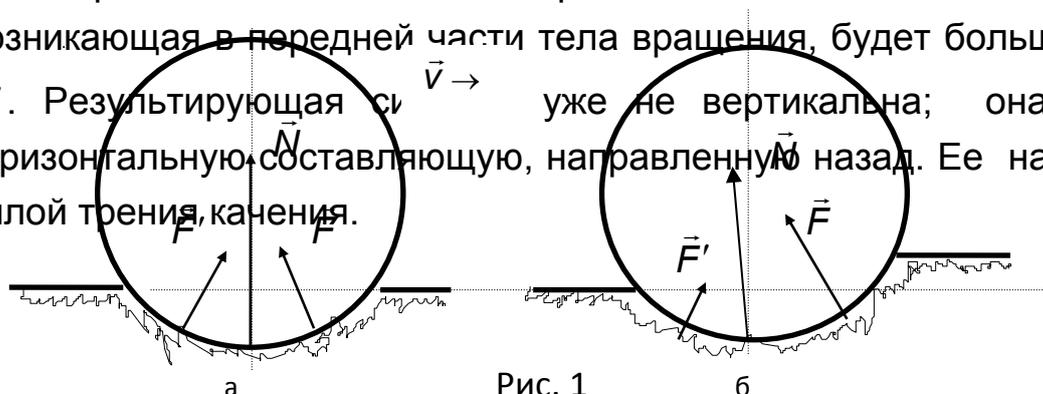


Рис. 1

2.3. Вязкое трение при смазке трущихся поверхностей резко снижает износ и шум. Покрытие соприкасающихся поверхностей полимером типа политетрафторэтилен (фторопласт) резко снижает силу трения даже без применения смазки.

2.4. Наклонный маятник представляет собой металлический шарик, подвешенный на нити длиной L , который совершает колебательное движение, катясь по наклонной плоскости (рис. 2). Отклонение от положения равновесия определяется углом α .

Плоскость качения наклонена под углом β к вертикали.

Силы, принимаемые в расчет при равновесии шарика, показаны на рис. 3. Приблизительно можно считать, что возникающая при движении шарика сила трения качения подчиняется закону Кулона

$$F = \frac{\mu N}{R}, \quad (1)$$

где μ - коэффициент трения качения, N - сила нормального давления, R - радиус шарика.

Из условия равновесия сил, действующих на шарик, получаем

$$N = mg \sin \beta, \quad (2)$$

где m - масса шарика.

2.5. Если не учитывать трение о воздух, то только трение качения шарика о наклонную плоскость обуславливает процесс затухания колебаний. При этом угол максимального отклонения маятника относительно положения равновесия (амплитуда) α через

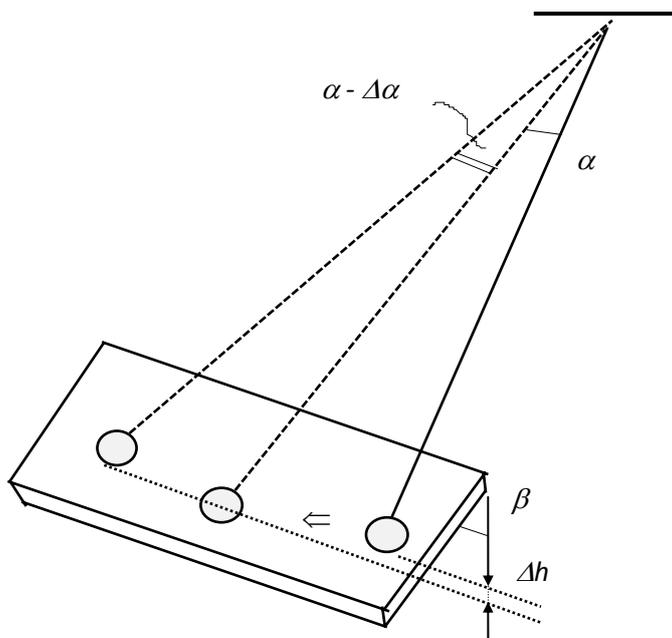


Рис. 2

Рис. 3

половину периода колебаний уменьшится на $\Delta\alpha$ (см. рис. 2).

В результате высота подъема шарика изменится на Δh .

$$\Delta h = L [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos \alpha] \cos \beta. \quad (3)$$

Изменение потенциальной энергии системы за половину периода колебаний

$$\Delta W = mgL [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos \alpha] \cos \beta. \quad (4)$$

При малых углах отклонения α путь, проходимый шариком за половину периода колебания, равен

$$L (2\alpha - \Delta\alpha), \quad (5)$$

следовательно, работа силы трения за это время

$$\Delta A = F_{тр} L (2\alpha - \Delta\alpha). \quad (6)$$

Поскольку изменение потенциальной энергии ΔW шарика равно работе сил трения, то, приравнявая выражения (4) и (6), с учетом

$$\Delta\alpha \ll \alpha \text{ и } \cos(\alpha - \Delta\alpha) = \cos\alpha \cos\Delta\alpha + \sin\alpha \sin\Delta\alpha \cong \cos\alpha + \Delta\alpha \sin\alpha$$

получим

$$\Delta\alpha = \frac{2\mu\alpha \operatorname{tg}\beta}{R(\sin\alpha + \mu \operatorname{tg}\beta / R)}. \quad (7)$$

При условии, что

$$\mu \operatorname{tg} \beta / R \ll \sin \alpha \approx \alpha, \quad (8)$$

получим для изменения амплитуды колебаний маятника за половину периода

$$\Delta\alpha = \frac{2\mu \operatorname{tg}\beta}{R}. \quad (9)$$

За n полных периодов колебаний изменение амплитуды угла отклонения маятника составит $\alpha_0 - \alpha_1$. Тогда

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{2n}. \quad (10)$$

Расчет коэффициента трения качения μ выполняется по формуле, полученной комбинацией формул (9) и (10)

$$\mu = \frac{R \operatorname{ctg} \beta (\alpha_0 - \alpha_1)}{4n}. \quad (11)$$

2.6. В лабораторной работе экспериментально определяют число n полных периодов колебания маятника, в течение которых амплитуда угла отклонения маятника α изменится на целое число градусов ($\alpha_0 - \alpha_1$).

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

3.1. Лабораторная установка включает в себя вертикальную стойку, основание, элемент подвеса, математический маятник, шарик которого катится по наклонной плоскости. Математический маятник представляет собой стальной шарик радиусом $R = 10$ мм, подвешенный на длинной нити. Периоды колебаний маятника отсчитываются визуально.

3.2. Наклонная плоскость установлена под углом $\beta = 45^\circ$. Металлическая пластина наклонной плоскости является сменной. К прибору прилагаются стальная, латунная и алюминиевая пластины.

4. ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Внести данные лабораторной установки в табл. 1.

Таблица 1

4.3. Определение коэффициента трения качения. В формуле (11) величина $(\alpha_0 - \alpha_1)$ измеряется в радианах; если перейти к измерению в градусах, то получим

$$\mu = \frac{\pi R \operatorname{ctg} \beta (\alpha_0 - \alpha_1)}{720n}. \quad (12)$$

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1. На основе полученных данных вычислить коэффициенты трения качения μ_i по формуле (12) и их средние значения $\bar{\mu}$.

5.2. Определить абсолютную погрешность каждого отдельного измерения по формуле $\Delta\mu_i = \mu_i - \bar{\mu}$.

5.3. Вычислить среднюю квадратичную ошибку измерения

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum \Delta\mu_i^2}{5(5-1)}}.$$

5.4. Вычислить абсолютную случайную ошибку измерения

$$\Delta\mu_{сл} = \tau_{0,9}(5) \Delta S.$$

5.5. Сравнить случайную и приборную ошибки

$$\Delta\mu_{приб} = \frac{\Delta\alpha_{приб}}{\alpha_0 - \alpha_1} \bar{\mu}. \quad (\alpha_0 = 5^\circ, \Delta\alpha_{приб} - \text{см. в табл. 1})$$

5.6. Вычислить полную абсолютную ошибку измерения

$$\Delta\mu = \Delta\mu_{приб} + \Delta\mu_{сл}$$

и округлить ее до одной значащей цифры.

5.7. Вычислить относительную ошибку измерения

$$\varepsilon = \Delta\mu / \bar{\mu}.$$

5.8. Результаты для каждой пластины представить в виде

$$\mu = (\bar{\mu} \pm \Delta\mu) \text{ мм.}$$

6. КОМПЛЕКТЫ ВОПРОСОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

I КОМПЛЕКТ

1. Какие виды сил трения Вы знаете?
2. Какие силы действуют на шарик при его качении по плоскости?
3. Проверьте соотношение (8) по Вашим данным.

II КОМПЛЕКТ

1. При каких условиях в данной работе можно было бы определять коэффициент трения скольжения?
2. Какова природа сил сухого трения? От чего они зависят?
3. При каких условиях в данной работе можно было бы определять вязкое трение? С чем связано возникновение сил вязкого трения?

III КОМПЛЕКТ

1. Что называется силой трения качения, и от чего она зависит?
2. Что дает применение в технике полимерных подшипников, и каковы физические основы такого применения?
3. Рассчитать коэффициент трения качения по формулам (7) и (10) без использования приближений.

IV КОМПЛЕКТ

1. Какова природа сил трения качения?
2. Назовите способы уменьшения коэффициента трения.
3. При каких условиях в работе определяется коэффициент трения качения?

V КОМПЛЕКТ

1. Какова природа вязкого трения?

2. Как рассчитываются силы трения скольжения и трения качения?
3. Назовите преимущества применения полимерных подшипников по сравнению со стальными.

VI КОМПЛЕКТ

1. Какие силы действуют на шарик при его качении по плоскости?
2. Какими видами деформаций объясняют силы трения покоя и скольжения?
3. Что такое внутреннее трение, и при каких условиях оно играет существенную роль?

Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев.-М.: Астрель; АСТ. Кн.1: Механика, 2001.

Автор описания доц. В.И. Участкин.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1-М. Определение скорости пули баллистическим методом.....	3
Лабораторная работа № 2-М. Определение скорости пули с помощью крутильного баллистического маятника.....	13
Лабораторная работа № 3-М. Изучение динамики вращательного движения на приборе Обербека.....	22
Лабораторная работа № 4-М. Изучение динамики вращательного движения на электрифицированном приборе Обербека.....	34
Лабораторная работа № 5-М. Изучение динамики вращательного движения.....	42
Лабораторная работа № 6-М. Определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) жидкости методом Стокса.....	48
Лабораторная работа № 7-М. Определение моментов инерции тел методом крутильных колебаний.....	61
Лабораторная работа № 8-М. Определение момента инерции маятника Максвелла.....	70
Лабораторная работа № 9-М. Изучение динамики поступательного и вращательного движений на машине Атвуда.....	78
Лабораторная работа № 10-М. Определение коэффициента трения методом наклонного маятника.....	85

Редактор Н.П. Лапина

Тем. план 2009 г., п.67-71

Подписано в печать _____ г.

Формат 60×84/16. Бумага офсетная.

Гарнитура «Ариал». Печать офсетная.

107

Усл.печ.л. 5,7. Уч.-изд. л. 4,6.

Тираж 1000 экз. Заказ _____

Цена 70 руб.

Отпечатано в полном соответствии
с предоставленным оригинал-макетом
на ротапинтере МАДИ.

125319, Москва, Ленинградский проспект,64